

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ  
“ АНАЛОГОВІ ТА ЦИФРОВІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ”  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.051001 “МЕТРОЛОГІЯ ТА  
КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ”**

**Дніпропетровськ УДХТУ 2016**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ  
“ АНАЛОГОВІ ТА ЦИФРОВІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ”  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.051001 “МЕТРОЛОГІЯ ТА  
КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ”

Затверджено на засіданні кафедри  
комп’ютерно-інтегрованих  
технологій і метрології.  
Протокол № 6 від 21 грудня 2015 р.

Дніпропетровськ УДХТУ 2016

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни “Аналогові та цифрові вимірювальні прилади” для студентів напряму підготовки 6.051001 “Метрологія та комп’ютерно-інтегровані технології” / Укл.: Г.І.Манко. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2016. – 51 с.

Укладач Г.І.Манко, канд. техн. наук

Відповідальний за випуск О.П. Мисов, канд. техн. наук

Навчальне видання

Методичні вказівки  
до практичних занять  
з дисципліни “Аналогові та цифрові вимірювальні прилади”  
для студентів напряму підготовки 6.051001 “Метрологія та комп’ютерно-  
інтегровані технології”

Укладач: МАНКО Геннадій Іванович

Редактор Л.М. Тонкошкур  
Коректор Л.Я. Гоцуцова

Підп. до друку \_\_\_\_\_. Формат 60x84 1/16. Папір ксерокс. Друк різнограф.  
Умовн.-друк. арк. \_\_\_\_\_ Облік. – вид. арк. \_\_\_\_\_ Тираж \_\_\_\_\_ прим. Зам. № \_\_\_\_\_  
Свідотство ДК №303 від 27.12.2000.

---

УДХТУ, 49005, Дніпропетровськ-5, пр-т Гагаріна, 8

---

Видавничо-поліграфічний комплекс ІнКомЦентру

## ЗМІСТ

Вступ .....	4
1 Вимірювальні сигнали та їх характеристики .....	4
1.1 Частотне зображення періодичних сигналів .....	4
1.2 Частотне зображення неперіодичних сигналів .....	5
1.3 Практична ширина спектра сигналу .....	5
1.4 Приклади і задачі для самостійного розв'язання.....	6
2 Пристрої і вузли вимірювальних приладів .....	10
2.1 Вхідні кола приладів .....	10
2.2 Розрахунок вхідного діляника .....	10
2.3 Розрахунок атенюаторів .....	12
2.4 Розрахунок перетворювачів середньовипрямлених значень.....	14
2.5 Розрахунок перетворювачів амплітудних значень .....	16
2.6 Приклади і задачі для самостійного розв'язання.....	18
3 Похибки ЦВП.....	22
3.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення .....	22
3.2 Приклади задачі для самостійного розв'язання.....	24
4 Цифрові частотоміри.....	27
4.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення .....	27
4.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання.....	28
5 Цифрові хронометри .....	30
5.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення .....	30
5.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання.....	31
6 Цифрові вольтметри .....	33
6.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення .....	33
6.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання.....	37
7 Оцінка точності цифрових вимірів .....	42
7.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення .....	42
7.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання.....	45
Література .....	49
Додаток А.....	50
Додаток Б .....	51

## ВСТУП

Методичні вказівки призначені для роботи студентів напряму підготовки 6.051001 “Метрологія та комп’ютерно-інтегровані технології” під час вивчення дисципліни “Аналогові та цифрові вимірювальні прилади” і мають за мету дати їм основи знань, що необхідні для вирішення виробничих завдань, пов’язаних з вибором засобів та методів вимірювання, розрахунком їх метрологічних характеристик. Опанувавши курс, студенти повинні знати принципи побудови, властивості, характеристики сучасних цифрових вимірювальних приладів, вміти виконувати вимірювання та оцінювати їх похибки, повірити засоби та методи вимірювання,

Для кращого засвоєння матеріалу його поділено на розділи, кожен з яких містить основні поняття та розрахункові співвідношення для розв’язання практичних задач.

Базовими дисциплінами курсу є “Вища математика”, “Фізика”, “Теорія інформації”, “Теорія електричних сигналів та кіл”, “Основи електроніки”, “Основи метрології та вимірювальної техніки”, “Методи та засоби вимірювання”.

У процесі вивчення дисципліни студенти повинні користуватися рекомендованою літературою, перелік якої наведений наприкінці методичних вказівок.

## 1 ВИМІРЮВАЛЬНІ СИГНАЛИ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### 1.1 Частотне зображення періодичних сигналів

Періодичні сигнали можуть бути задані періодичною функцією часу  $X(t)$ , яка на заданому інтервалі має скінчене число максимумів і мінімумів, неперервна всюди, крім скінченного числа точок, в яких вона має розриви першого роду. Відомо, що така функція може бути зображена у вигляді суми гармонічних складових – рядом Фур’є. Ряд Фур’є має дві форми зображення: тригонометричну і комплексну.

Тригонометрична форма розкладання функції має вигляд:

$$X(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k), \quad (1.1)$$

де  $\frac{1}{2}a_0$  – стала складова функції;  $a_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$  – змінна  $k$ -та гармонічна складова функції,  $a_k, k\omega_0, \varphi_k$  – амплітуда, частота і початкова фаза  $k$ -тої гармонічної складової;  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  – частота основної (першої) гармонічної складової;  $T$  – період функції  $X(t)$ .

Комплексна форма розкладання функції у ряд Фур’є має вигляд:

$$X(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{a}_k e^{jk\omega_0 t}, \quad (1.2)$$

де  $\dot{a}_k$  – комплексна амплітуда гармонічної складової, що має частоту  $\omega_k = k\omega_0$ .

Комплексна амплітуда визначається за допомогою формули:

$$\dot{a}_k = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} X(e) e^{-jk\omega_0 t} dt. \quad (1.3)$$

Сукупність амплітуд і частот гармонічних складових являє собою спектр амплітуд. Особливістю спектра періодичного сигналу є його дискретність. Відстань між сусідніми лініями спектра однакова і дорівнює частоті  $\omega_0$ .

## 1.2 Частотне зображення неперіодичних сигналів

Неперіодичний сигнал можна розглядати як періодичний, період зміни якого дорівнює нескінченності:  $T = \infty$ .

Оскільки  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ , то при  $T \rightarrow \infty$  інтервали між суміжними частотами у спектрі амплітуд стають нескінченно малими величинами, і ряд Фур'є перетворюється в інтеграл, комплексна форма якого має вигляд:

$$X(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (1.4)$$

де

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.5)$$

Ця величина називається спектральною щільністю сигналу.

Амплітудно-частотна характеристика сигналу визначається як модуль спектральної щільності:

$$S(\omega) = |S(j\omega)|. \quad (1.6)$$

Спектр неперіодичного сигналу є суцільним і являє собою суму нескінченної кількості гармонічних складових.

## 1.3 Практична ширина спектра сигналу

Будь-який реальний сигнал має кінцеву тривалість і тому, згідно (1.4), нескінчений частотний спектр, тобто необмежену смугу частот. При передачі сигналу через реальний канал може бути передана лише частина його спектра. Доцільним є передавання істотної частини спектра, яку називають практичною шириною спектра (ПШС).

З енергетичної точки зору ПШС визначається як область частот, у межах якої зосереджена переважна частка всієї потужності сигналу (наприклад, 95%), тобто для визначення ПШС необхідно знайти відношення

$$\lambda(\omega_i) = \frac{W_i}{W_0}, \quad (1.7)$$

де  $W_0$  – повна енергія сигналу;  $W_i$  – енергія у смузі частот від 0 до  $\omega_i$ ;  $\lambda(\omega_i)$  – інтегральна функція розподілу енергії сигналу у спектрі.

Для розрахунку енергії сигналу використовують формулу:

$$W = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [S(\omega)]^2 d\omega. \quad (1.8)$$

#### 1.4 Приклади і задачі для самостійного розв'язання

**Задача 1.1.** Визначити спектр амплітуд періодичної послідовності прямокутних імпульсів тривалістю  $2\tau$ , амплітудою  $A$  і періодом проходження  $T$  (рис. 1.1, а).

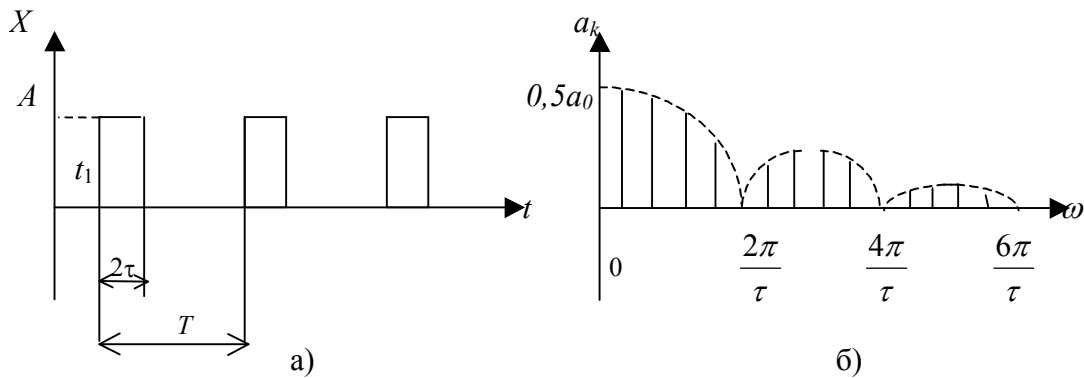


Рис. 1.1

#### Розв'язування

Функція  $X(t)$ , що описує представлений на рис. 1.1, а) сигнал, може бути зображена у вигляді

$$X(t) = \begin{cases} A \text{ при } t_1 + iT \leq t < t_1 + 2\tau + iT; \\ 0 \text{ при } t_1 + 2\tau + iT \leq t < t_1 + (i+1)T, \end{cases}$$

де  $i = 0, 1, 2, \dots, \infty$ .

Цю функцію можна представити рядом Фур'є:

$$X(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{a}_k e^{jk\omega_0 t} = \frac{1}{2} \dot{a}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \dot{a}_k e^{jk\omega_0 t} + \dot{a}_{-k} e^{-jk\omega_0 t},$$

$$\text{де } \omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad \dot{a}_k = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} X(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} A e^{-jk\omega_0 t} dt.$$

Прийmemo  $t_1 = -\tau$ , тоді

$$\dot{a}_k = \frac{2}{T} \int_{-\tau}^{\tau} A e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{2A}{T} \frac{e^{-jk\omega_0 t}}{(-jk\omega_0)} \Big|_{-\tau}^{\tau} = \frac{2A}{Tjk\omega_0 j} (e^{jk\omega_0 \tau} - e^{-jk\omega_0 \tau}).$$

Відомо, що  $\frac{1}{2j}(e^{jk\omega_0 \tau} - e^{-jk\omega_0 \tau}) = \sin k\omega_0 \tau$ , а  $T\omega_0 = 2\pi$ . Тоді

$$\dot{a}_k = \frac{2A}{2\pi k j} (e^{jk\omega_0 \tau} - e^{-jk\omega_0 \tau}) = \frac{2A}{k\pi} \sin k\omega_0 \tau;$$

модуль амплітуди

$$a_k = |\dot{a}_k| = \frac{2A}{\pi} \frac{1}{k} \sin k\omega_0 \tau;$$

$$a_0 = \lim_{k \rightarrow 0} \left( \frac{2A}{k\pi} \sin k\omega_0\tau \right) = \frac{2A}{\pi} \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin k\omega_0\tau}{k} \frac{2A}{\pi}.$$

Підставимо отримані значення у формулу (1.1) ряду Фур'є:

$$X(t) = \frac{2A}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k\omega_0\tau}{k} \cos k\omega_0 t \right).$$

Побудуйте графік спектру амплітуд самостійно.

**Задача 1.2.** Знайти спектр одиничного прямокутного імпульсу з амплітудою  $A$  і тривалістю  $2\tau$  (рис. 1.2, а).

### Розв'язування

Побудувати спектр одиничного прямокутного імпульсу з амплітудою  $A=4,8$  В і тривалість  $2\tau$ , де  $\tau=0,5$  мс.

Побудуємо спектр сигналу за допомогою програмного середовища MatLab.

У командному вікні MatLab на запрошення «>>» задаємо амплітуду і тривалість імпульсу:

```
>>A=4.8; tau=0.0005
```

Оскільки комп'ютер не може обробляти аналогові сигнали, то вони представляються у дискретизованому вигляді. Задаємо інтервал дискретизації у 10 разів менший за тривалість імпульсу і Створимо вектор з 10000 значень часу:

```
>> dt= tau/5; t=0:dt:10000*dt;
```

Моделюємо заданий сигнал за допомогою вбудованої у MatLab функції `rectpuls`:

```
>> x=A*rectpuls(t, 2*tau);
```

Застосуємо для цього сигналу дискретне перетворення Фур'є. Це робиться за допомогою функції `fft`:

```
>> y=fft(x);
```

Двохстороній комплексний спектр, центрований відносно постійної складової, визначається за допомогою функції `fftshift`:

```
>> Sp=fftshift(y);
```

Модуль комплексного спектра дає амплітудний спектр, а аргумент – спектр фаз:

```
>> amp=abs(Sp); ph=angle(Sp);
```

Для побудови частотних характеристик задаємо верхнє значення частоти:

```
>> Fs=1/dt
```

Крок дискретизації частоти:

```
>> df=Fs/10000;
```

Формуємо вектор з 10000 значень частоти:

```
>> f=-Fs/2:df:Fs/2;
```

Будуємо графіки:

```
plot(f, amp); plot(f, ph)
```



**Задача 1.3.** Знайти ПШС, в якій зосереджено 90% усієї енергії сигналу, для одиничного прямокутного імпульсу струму з амплітудою  $A$  і тривалістю  $2\tau$  (рис. 1.2, а).

### Розв'язування

Для визначення ПШС треба побудувати графік функції (1.7).

З курсу фізики відомо, що енергія, яка виділяється струмом  $i(t)$  у резисторі 1 Ом, визначається виразом:

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} [i(t)]^2 dt .$$

Знайдемо повну енергію одиничного імпульсу:

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} [i(t)]^2 dt = \int_0^{2\tau} A^2 dt = 2\tau A^2 .$$

Енергія у смузі частот від 0 до  $\omega_i$  може бути визначена виразом (1.8):

$$W_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_i} [F(\omega)]^2 d\omega .$$

У задачі 1.2 знайдено значення модулю спектральної щільності  $S(\omega)$ . Підставимо його у попередню формулу:

$$W_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_i} \left[ \frac{2A}{\omega} \sin \omega\tau \right]^2 d\omega = \frac{4A^2}{\pi} \int_0^{\omega_i} \left[ \frac{\sin \omega\tau}{\omega} \right]^2 d\omega .$$

Підставивши  $W_0$  і  $W_i$  в (1.7), одержимо формулу:

$$\lambda(\omega_i) = \frac{W_i}{W_0} = \frac{2}{\pi\tau} \int_0^{\omega_i} \left[ \frac{\sin \omega\tau}{\omega} \right]^2 d\omega = \frac{2\tau}{\pi} \int_0^{\omega_i} \left[ \frac{\sin \omega\tau}{\omega\tau} \right]^2 d\omega .$$

Графік цієї функції, отриманий у програмному середовищі MatLAB, показаний на рис. 1.2.

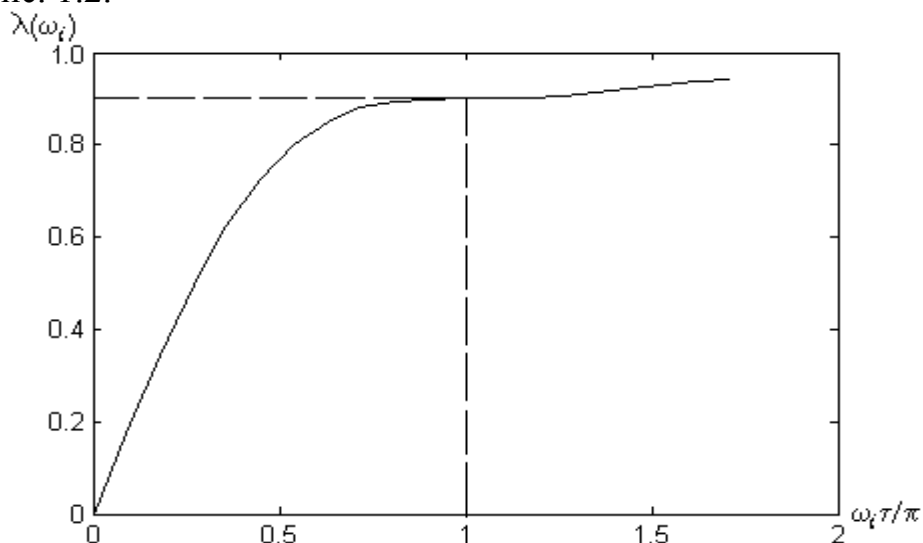


Рис. 1.2

Тут на осі абсцис відкладається відносна величина  $\omega_i\tau/\pi$ .

$$\frac{\omega_i\tau}{\pi} = 1, \quad \omega_i = \frac{\pi}{\tau}$$

Для практичних цілей ПШС оцінюють величиною  $\frac{\omega_i\tau}{\pi}$ , тобто  $\omega_i = \frac{\pi}{\tau}$ . Якщо порівняємо зі спектром прямокутного імпульсу, то виявимо, що 90-відсоткова ПШС імпульсу співпадає з першою «пелюсткою» спектра (від нуля до першого перетину графіка з віссю абсцис).

**Задача 1.4.** Розрахувати і побудувати амплітудно-частотну (АЧХ) і фазо-частотну (ФЧХ) характеристики спектральної щільності імпульсу електричної напруги, зображеного на рис. 1.4. Амплітуда  $U$ , тривалість  $\tau$  наведені в табл. 1.1. Визначити практичну ширину спектру імпульсу  $\Delta f$ .

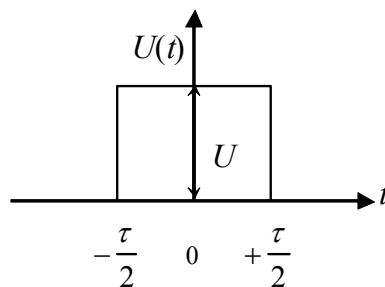


Рис. 1.4

Таблиця 1.1 – Вихідні дані до задачі 1.4

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U, В	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$\tau$ , мс	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,1	1,0

**Задача 1.5.** Визначити спектр амплітуд і спектр фаз експоненціального імпульсу, математична модель якого має вигляд:

$$X(t) = ae^{-bt},$$

де  $t \geq 0$ ,  $a$  та  $b$  беруться з табл. 1.2. Побудувати відповідні графіки.

Таблиця 1.2– Вихідні дані до задачі 1.5

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

**Задача 1.6.** Визначити спектральну щільність сигналу, що описується дельта-функцією наступного вигляду:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0; \\ 0 & \text{при } t \neq 0. \end{cases}$$

Підказка: інтеграл від добутку будь-якої функції  $f(t)$  та дельта функції дорівнює значенню функції  $f(t)$  в момент дії дельта-імпульсу.

## 2 ПРИСТРОЇ І ВУЗЛИ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ

### 2.1 Вхідні кола приладів

Електронні вольтметри (ЕВ), як правило, виконуються багатодіапазонними. Коефіцієнт посилення підсилювача ЕВ визначається виходячи з необхідності здобуття на його виході напруги (струму), достатньої для повного відхилення аналогового вихідного вимірювального приладу (мікроамперметра) на нижній (мінімальній) межі виміру (з урахуванням падіння напруги на детекторному колі). Зміна меж виміру забезпечується за допомогою додаткових резисторів в ЕВ постійного струму і з допомогою дільників напруги (атенюаторів) в ЕВ змінного струму.

Вхідний опір ЕВ має бути високим, щоб зменшити методичну похибку, що виникає внаслідок відбирання вхідним колом приладу частини потужності кіл вимірювання.

Конструювання багатодіапазонних вхідних високоомних дільників є досить складною задачею. Тому вхідний блок ЕВ змінного струму забезпечують вхідним одноступінчастим дільником  $R1C1-R2C2$ , емітерним (витоківим) повторювачем  $\Pi$  і багатоступінчастим низькоомним дільником (атенюатором)  $R3-R9$  (рис. 2.1).

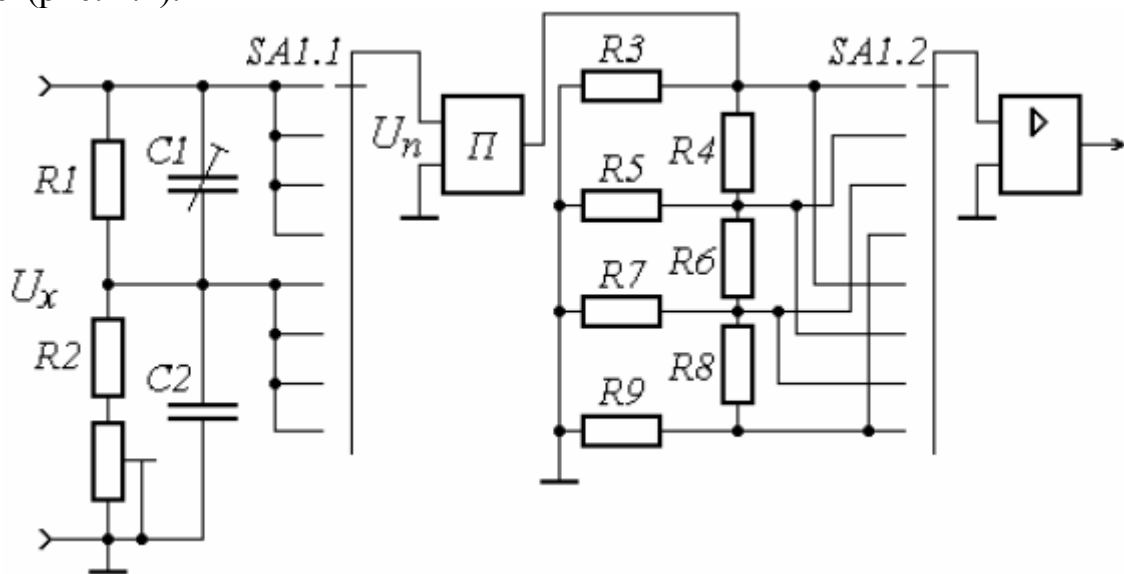


Рис. 2.1

### 2.2 Розрахунок вхідного дільника

З резистора  $R2$  (рис. 2.1) на вхід повторювача ( $\Pi$ ) подається частина вимірюваної напруги  $U_x$ , що задається коефіцієнтом ділення

$$K = \frac{U_n}{U_x} = \frac{R_{2n}}{R_1 + R_{2n}}, \quad (2.1)$$

де  $R_{2n} = \frac{R_2 \cdot R_n}{R_2 + R_n}$ ,  $R_n$  – вхідний опір перетворювача.

Коефіцієнт ділення  $K$  вибирається в межах від  $1 \cdot 10^{-3}$  до  $1 \cdot 10^{-2}$ .

Для забезпечення необхідного вхідного опору  $R_{\text{вх}}$  необхідно виконання умови

$$\frac{R_{\partial} \cdot R_n}{R_{\partial} + R_n} \geq R_{\text{вх}}, \quad (2.2)$$

де  $R_{\partial} = R1 + R2$ .

Задавшись коефіцієнтом ділення дільника  $K$  і вважаючи, що виконується умова  $R_n \gg R2$ , тобто  $R_{2n} = R2$ , отримаємо:

$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_{\partial}}. \quad (2.3)$$

Звідси  $R2 = K \cdot R_{\partial}$  і  $R1 = R_{\partial} - R2$ .

При роботі дільника на змінному струмі коефіцієнт ділення залежить від частоти в результаті шунтування опорів паразитними ємкостями. Для усунення цієї залежності необхідно здійснити частотну корекцію шляхом шунтування опорів дільника ємкостями  $C1$  і  $C2$ . При цьому

$$R1 \cdot C1 = R_{2n} \cdot C_{2n}, \quad (2.4)$$

де  $C_{2n} = C2 + C_n$ ,  $C_n$  – вхідна ємність повторювача.

У простих приладах для розширення меж вимірів використовуються багатомежні дільники напруги (рис. 2.2).

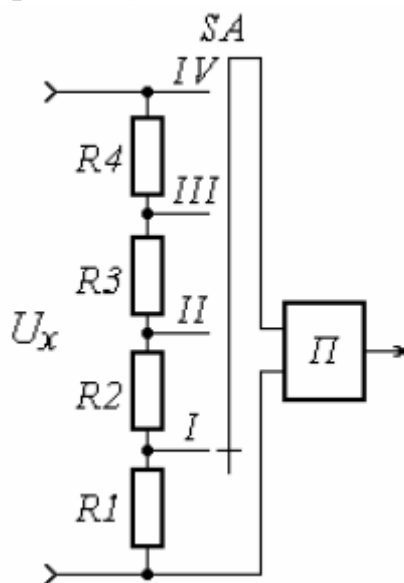


Рис. 2.2

На межі виміру I до входу повторювача П підключений опір  $R1$ . На межі виміру II вхід П має бути підключений до опору, величина якого в  $a$  разів більше, де  $a$  – коефіцієнт, що визначає співвідношення номінальної напруги двох суміжних меж вимірів, тобто  $R1 + R2 = R1 \cdot a$ . Отже,  $R2 = R1(a - 1)$ .

Аналогічно може бути знайдена величина інших опорів дільника:

$$R_i = R_1 a^{i-2} (a - 1). \quad (2.5)$$

Повний опір дільника  $R_{\partial}$ , що має  $m$  меж:

$$R_{\partial} = R1 + R2 + R3 + \dots + R_i + \dots + R_m = R a^{m-1}. \quad (2.6)$$

Якщо підставити  $R_i$  у (2.5),

$$R_i = R_0 \frac{a-1}{a^{m-i}-1}. \quad (2.7)$$

Будь-який опір  $R_i$  багатомезного дільника, що має  $m$  меж, може бути обчислено з рівняння (2.7), якщо знайти величину повного вхідного опору дільника  $R_0$  з рівняння (2.2).

Зазвичай коефіцієнт  $a$  приймають рівним  $a = \sqrt{10}$ , що відповідає зміні напруги при переході на нову межу на 10 децибел. Якщо прийняти напругу на першій межі за одиницю, на наступних межах буде 3,16–10–3,16–100 і так далі. Таким чином, через дві межі виходить десятиразова зміна напруги. Проміжні межі вибирають зазвичай кратними трьом, тому довжина робочої частини шкали на цих межах декілька менше, ніж на межах, кратних десяти.

Відносна похибка коефіцієнта ділення при зміні опорів знаходиться як

$$\delta = \frac{\Delta K}{K} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (\delta_1 + \delta_2), \quad (2.8)$$

де  $\delta_1 = \frac{\Delta R_1}{R_1}$  і  $\delta_2 = \frac{\Delta R_2}{R_2}$ .

При великих коефіцієнтах ділення, коли  $R_1 \gg R_2$ , похибка дорівнює  $\delta = \delta_1 + \delta_2$ .

### 2.3 Розрахунок атенюаторів

Атенюатори використовуються для зміни меж виміру приладів.

У електронних вольтметрах (ЕВ) зазвичай застосовуються атенюатори з постійними параметрами ланок, як такі використовуються  $\Pi$ -подібні чотирьополюсники (рис. 2.3).

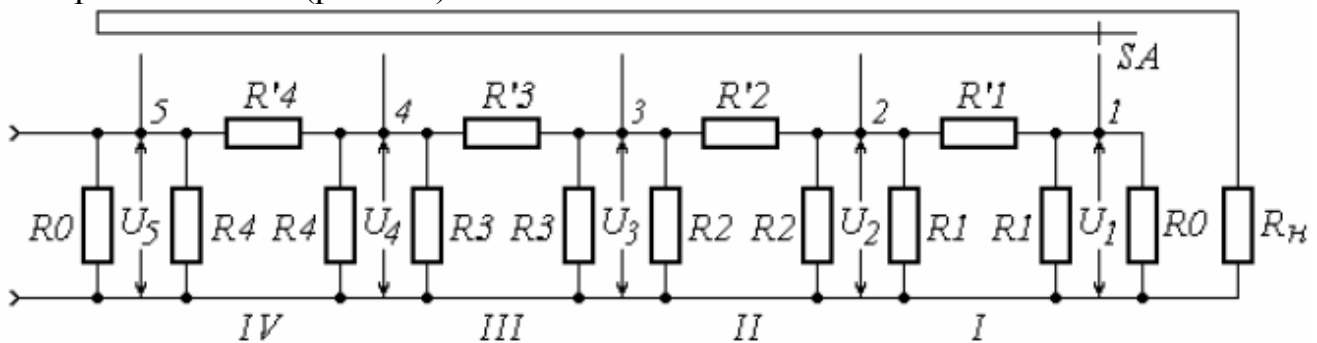


Рис. 2.3

Коефіцієнт загасання  $i$ -го чотирьополюсника  $K_i$  визначається як відношення його вихідної напруги  $U_i$  до вхідної  $U_{i+1}$ :

$$K_i = \frac{U_i}{U_{i+1}}. \quad (2.9)$$

Коефіцієнт загасання  $K_a$  атенюатора дорівнює добутку коефіцієнтів загасання чотирьополюсників :

$$K_a = K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n, \quad (2.10)$$

де  $n$  - число чотирьополюсників.

Користуючись позначеннями рис. 2.2, значення коефіцієнта загасання  $K_i$   $i$ -ї ланки знаходиться як

$$K_i = \frac{U_i}{U_{i+1}} = \frac{\frac{R_i \cdot R_0}{R_i + R_0}}{R_i + \frac{R_i \cdot R_0}{R_i + R_0}}. \quad (2.11)$$

Опір частини схеми, що знаходиться ліворуч від точки 1, повинен дорівнювати опору  $R_0$ , тобто

$$R_0 = \frac{R_i \left[ R'_i + \frac{R_i \cdot R_0}{R_i + R_0} \right]}{R_i + R'_i + \frac{R_i \cdot R_0}{R_i + R_0}}. \quad (2.12)$$

Розв'язуючи спільно отримані рівняння, знайдемо:

$$R_i = R_0 \frac{1 + K_i}{1 - K_i}, \quad (2.13)$$

$$R'_i = R_0 \frac{1 - K_i^2}{2K_i}. \quad (2.14)$$

Якщо атенюатор повинен працювати на навантаження  $R_n$ , опір якого не є нескінченно великим, розрахунок виконують, прийнявши  $R_0 = R_n$ .

Виходячи із заданих меж виміру  $EB$ , при розрахунку атенюатора визначається число рівнів загасання та їх коефіцієнти і по відомому  $R_0$  знаходяться параметри чотириполюсників.

Якщо коефіцієнти загасання усіх ланок однакові і є рівними  $K$ , схема і розрахунок атенюатора спрощуються (див. рис. 2.4).

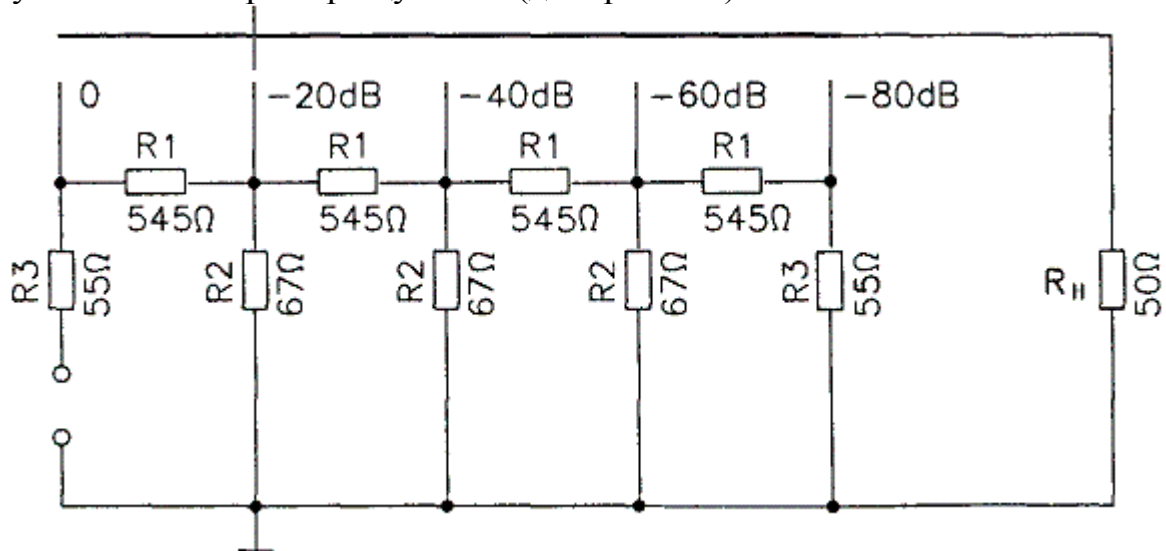


Рис. 2.4

Значення резисторів розраховуються за формулами:

$$R_1 = R_n \frac{K+1}{K}, \quad R_2 = R_n \frac{K+1}{K-1}, \quad R_3 = R_n \left( \frac{K^2-1}{K} + 1 \right). \quad (2.15)$$

У будь-якій точці виходу такої моделі атенюатора внутрішній опір дорівнює опорю навантаження  $R_n$ . Номінали елементів, вказані на схемі, відповідають атенюації у відношенні до  $K = 10$  і  $R_n = 50$  Ом.

Для виготовлення атенюаторів і вхідних дільників використовують високоточні резистори з допустимими відхиленнями опорів  $\pm 0,5\%$  або  $\pm 1\%$ . Для вибору номінальних значень опорів резисторів існують стандартні номінальні ряди. У табл. А1 (Додаток А) наведені номінальні значення в діапазоні від 1 до 10, а інші легко отримати множенням на 10 у цілому степені.

Основна відносна похибка атенюатора від зміни опорів

$$\delta_a = \sqrt{\delta^2_I + \delta^2_{II} + \delta^2_{III} + \dots + \delta^2_j + \dots + \delta^2_n} \cdot 100 \quad , \quad (2.16)$$

де  $n$  – число ланок атенюатора.

Відносна похибка  $j$ -тої ланки

$$\delta_j = \frac{R_{i_n}}{R_{i_n} + R_{(i+1)_n}} (\delta_i + \delta_{i+1}),$$

де  $\delta_i = \delta_{ip} + \delta_{in}$ ,  $\delta_{i+1} = \delta_{(i+1)p} + \delta_{(i+1)n}$  – сумарні абсолютні величини відносної похибки резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$ ;

$\delta_{ip}$ ,  $\delta_{(i+1)p}$  – абсолютні величини відносної похибки що виникає в результаті неспівпадіння розрахункового і номінального значень резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$ ;

$\delta_{in}$ ,  $\delta_{(i+1)n}$  – абсолютні величини допустимих відхилень номінальних опорів резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$ .

Для розрахунку  $\delta_{ip}$ ,  $\delta_{(i+1)p}$  використовуються формули:

$$\delta_{ip} = \frac{\Delta R_i}{R_{i_n}}; \quad (2.17)$$

$$\delta_{(i+1)p} = \frac{\Delta R_{i+1}}{R_{(i+1)_n}}, \quad (2.18)$$

де  $\Delta R_i = R_{ip} - R_{in}$ ,  $\Delta R_{i+1} = R_{(i+1)p} - R_{(i+1)n}$  – абсолютні значення похибки опорів, що виникають в результаті неспівпадіння розрахункового і номінального значень резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$ ;

$R_{ip}$ ,  $R_{(i+1)p}$  – розрахункові значення опорів резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$ ;

$R_{in}$ ,  $R_{(i+1)n}$  – номінальні значення опорів резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$ .

## **2.4 Розрахунок перетворювачів середньовипрямлених значень**

В ЕВ для виміру напруги синусоїдальної форми використовуються пасивні перетворювачі середньовипрямлених значень (ПСЗ), які включаються в коло зворотного зв'язку підсилювача, що дозволяє значно зменшити вплив нелінійності і нестабільності характеристик діодів на роботу схеми, стабілізувати коефіцієнт передачі схеми і лінеаризувати її амплітудну характеристику. Покази

ЕВ будуть пропорційні середньовипрямленому значенню напруги. Шкали ж більшості ЕВ градууються в середньоквадратичних (діючих) значеннях.

Схема ПСЗ, виконаного за двохпівперіодною мостовою схемою, показана на рис. 2.5.

Розрахунок випрамної схеми необхідно починати з вибору вихідного вимірювального приладу *РА*. У ЕВ застосовуються високочутливі магнітоелектричні мікроамперметри типа М265, М906 і т. п. класу точності 0,5 і 1,0, із струмом повного відхилення  $I_u$  і внутрішнім опором  $R_u$ . Рамка магнітоелектричного мікроамперметра цього типа намотується, як правило, мідним дротом. Тому  $R_u$  значно залежить від температури довкілля.

Для зменшення цього впливу на додаткову погрішність мікроамперметра, включеного за схемою вольтметра, послідовно з ним включається високостабільний додатковий опір  $R_o = R3 + R4 = (5 \div 10) \cdot R_u$ .

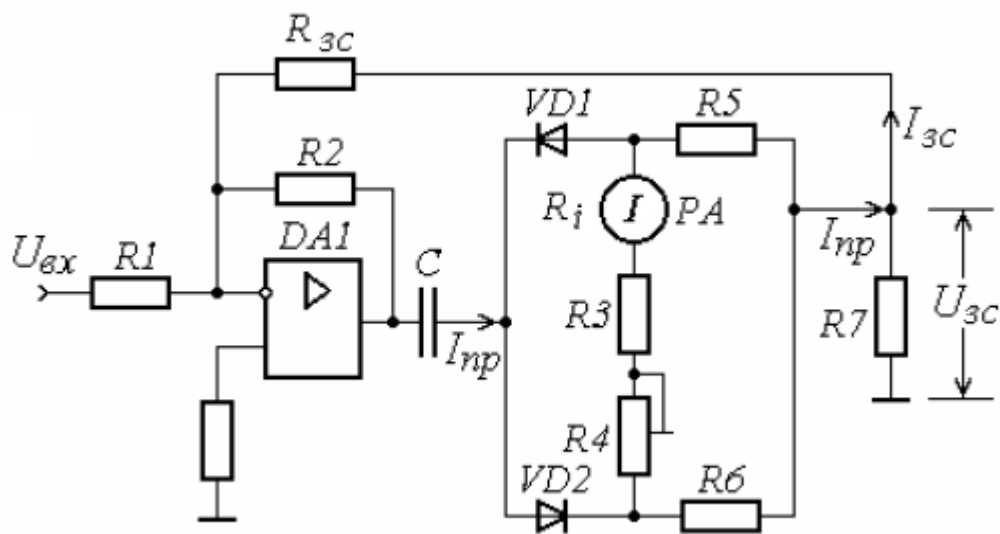


Рис. 2.5

Випрамна схема може бути навантаженням вихідного каскаду підсилювача, виконаного на транзисторах або на операційному підсилювачі ОП. Тому значення прямого струму діода вибирається, виходячи з допустимих значень вихідних струмів для транзисторів  $I_{np} \leq I_{вих} = I_{к max}$ , для ОУ –  $I_{np} \leq I_{вих ОП}$ . У залежності від цих умов і заданого діапазону частот вимірюваної напруги, вибирається тип діода. У значній частині мікросхем ОУ амплітуда вихідної напруги  $U_{вих оп}$  при мінімальному опорі навантаження  $R_n \leq R_{вих оп} \approx 2$  кОм не перевищує 10–12 В. Отже  $I_{вих ОП}$  складає при цьому 5–6 мА і прямий струм діода  $I_{np}$  не повинен перевищувати цих значень.

Еквівалентна схема детекторного кола показана на рис. 2.6 (опором ємності  $C$  нехтуємо).

Вимірюваний струм будь-якої форми викликає відхилення рухомої частини магнітоелектричного вимірювального приладу *РА*, пропорційне середньовипрямленому значенню струму. Для синусоїдального струму при використанні двохпівперіодної схеми випрямлення  $I_{ср. в} = 0,636 I_m = I_u$ ,  $I_m = 1,57 I_u$ .

Для двохпівперіодної мостової схеми  $R5 = R6$ . Опір  $R5$  знайдемо зі співвідношення  $I_m (R_i + R3 + R4 + R5) = (I_{np} - I_m) \cdot R6$  або  $I_m (R_u + R_o + R5) = (I_{np} -$



$I_m \cdot R_5$ . Для зменшення шунтуючої дії вхідного опору ОП на атенюатор приймається  $R1 \geq 10$  кОм.

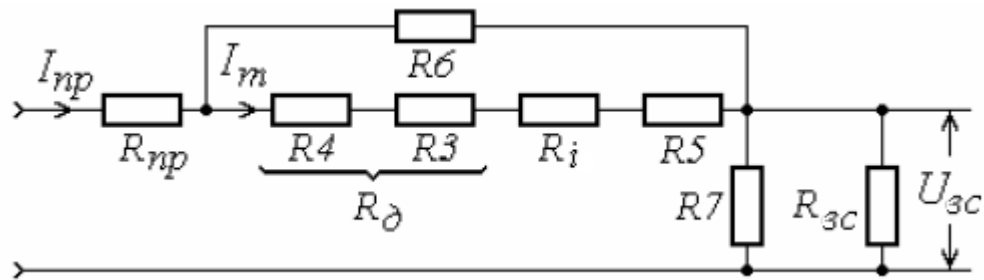


Рис. 2.6

З урахуванням відомої мінімальної межі виміру вольтметра  $U_n = U_{ex}$  знайдемо вхідний струм ОП  $I_{ex} = I_{oc} = U_n / R1$ . З рис. 2.6 витікає, що  $I_{3c} = U_{3c} / R_{3c}$ ,  $I_{np} - I_{3c} = U_{3c} / R7$ . Прийmemo  $R_{3c} = 100$  кОм. За відомими  $I_{3c}$ ,  $I_{np}$ ,  $R_{3c}$  знаходимо  $R7$ .

Погрішність ПСЗ визначається нелінійністю, нестабільністю і залежністю від температури прямих  $R_{np}$  і зворотних  $R_{3в}$  опорів діодів. Для двохпівперіодного ПСЗ (рис. 2.5) вихідна напруга в режимі заданої напруги є рівною

$$U = U_{cp} (1 + \gamma), \quad (2.19)$$

де  $\gamma$  – похибка перетворення ПСЗ, що дорівнює

$$\gamma = - \left[ \frac{R_{np}}{R_5 (R_u + R_3 + R_4)} + \frac{R_5}{R_{3в} (R_u + R_3 + R_4)} \right]. \quad (2.20)$$

## 2.5 Розрахунок перетворювачів амплітудних значень

Пасивні перетворювачі амплітудних значень напруги (ПАЗ) зазвичай встановлюються на вході вимірювальних структур, в яких випрямлення сигналу передусе посиленню. Як правило, використовуються однопівперіодні ПАЗ, які можуть будуватися за схемами з відкритими і закритими входами.

В універсальних вольтметрах перевага віддається ПАЗ із закритим входом, оскільки він не пропускає постійну складову вхідного сигналу і внутрішній опір джерела сигналу не впливає на погрішність виміру.

Схема ПАЗ із закритим входом представлена на рис. 2.7.

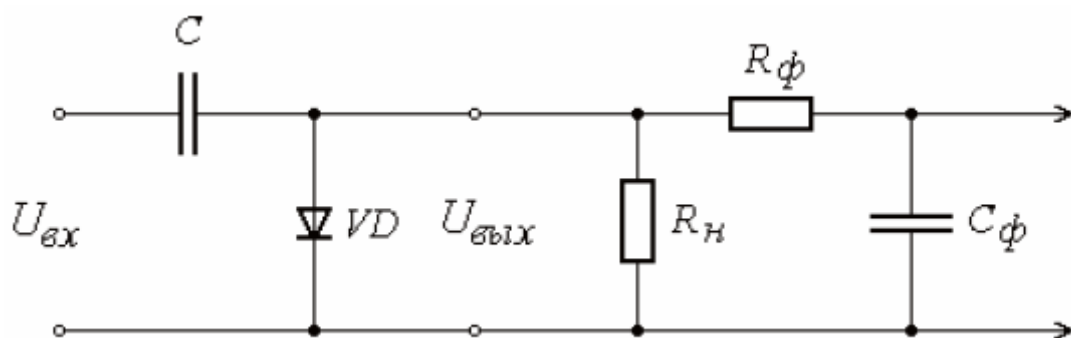


Рис. 2.7

Середнє значення вихідної напруги ПАЗ пов'язано з амплітудою вимірюваної напруги співвідношенням

$$U_{cp} = U_m \cos \theta ,$$

де  $\theta$  – кут відсічення.

Перетворювачі амплітудних значень працюють з малими кутами відсічення. Для цього випадку допустимо використовувати рівність:

$$\theta = \sqrt{\frac{3\pi R_{np}(R_n + R_{зв})}{R_n(R_{np} + R_{зв})}} , \quad (2.21)$$

де  $R_{np}$  і  $R_{зв}$  – відповідно прямий і зворотний опори діода VD.

Якщо номінальним коефіцієнтом перетворення ідеального ПАЗ вважати одиницю, тобто  $U_{cp} = U_m$ , то погрішність реального перетворювача

$$\gamma_{np} = \frac{(U_{cp} - U_m)}{U_m} = 1 - \cos \theta . \quad (2.22)$$

Вхідний опір ПАЗ оцінюється величиною деякого еквівалентного опору  $R_e$  і для ПАЗ із закритим входом є рівним

$$R_e = \frac{R_n}{3 + \frac{R_n}{R_\phi}} , \quad (2.23)$$

де  $R_n$  і  $R_\phi$  - відповідно опори навантаження ПАЗ і опір фільтру.

Знаючи вхідний опір електронного вольтметра  $R_{ex}$  і враховуючи, що  $R_{ex} \geq R_e$ , можна знайти  $R_n$  і  $R_\phi$ , прийнявши  $R_n = (2 \div 5) R_\phi$ .

Ємність фільтру  $C_\phi$  можна визначити із співвідношення

$$R_\phi = (20 \div 50) \frac{1}{2\pi f_n C_\phi} , \quad (2.24)$$

де  $f_n$  - нижнє граничне значення частоти електронного вольтметра.

Середнє значення вихідної напруги на конденсаторі є рівним

$$U_{cp} = U_m \left( 1 - \frac{1}{2 f R_n C} \right) . \quad (2.25)$$

Тоді, як впливає з (2.22)

$$\gamma_{np} = - \frac{1}{2 f R_n C} . \quad (2.26)$$

Прийнявши  $f = f_n$  при найбільшому спаді напруги на конденсаторі  $C$  і прирівнявши вирази (2.22) і (2.26) :

$$1 - \cos \theta = - \frac{1}{2 f_n R_n C} , \quad (2.27)$$

знаходимо

$$C = \frac{1}{2 f_n R_n (\cos \theta - 1)}. \quad (2.28)$$

## 2.6 Приклади і задачі для самостійного розв'язання

**Задача 2.1.** Заданий діапазон вимірювання ЕВ 0–300 В, нижня межа виміру 10 мВ. Необхідно визначити кількість меж виміру, коефіцієнт ділення вхідного дільника, число рівнів і коефіцієнти загасання атенюатора для схеми, показаної на рис. 2.1.

### Розв'язування

Співвідношення номінальної напруги двох суміжних меж вимірів вибирається, згідно п. 2.2, рівним  $a = \sqrt{10}$ . Отже, отримаємо наступні десять меж виміру: 10; 31,6; 100; 316 мВ; 1; 3,16; 10; 31,6; 100; 316 В.

При вхідному дільнику на два положення ці десять меж виміру можуть бути отримані при п'ятиступінчастому атенюаторі. Зміна меж виміру здійснюється ступінчастою зміною коефіцієнта загасання атенюатора в діапазоні від 0 до 1 В при першому положенні перемикача SA1 (див. рис. 2.1), в діапазоні від 1 до 316 В – при другому положенні SA1.

Коефіцієнт ділення вхідного дільника, згідно рівнянню (2.1), є рівним

$$K = \frac{U_{n1}}{U_{n2}} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1} = 1 \cdot 10^{-2},$$

де  $U_{n1}$ ,  $U_{n2}$  – відповідно номінальна напруга нижньої і верхньої меж вимірів в першому положенні перемикача SA1.

Перемикання плечей дільника відбувається при переході з меж вимірів 1 В на межу 3 В. Вхідний дільник напруги і атенюатор дозволяють за допомогою перемикача SA1 подавати на вхід підсилювача строго певне значення напруги (в даному випадку 10 мВ). Виходячи зі встановлених меж вимірів ЕВ і коефіцієнта ділення вхідного дільника, напруги на рівнях загасання атенюатора (рис. 2.3)  $U_i$  будуть відповідно рівні:  $U_1 = 10$ ;  $U_2 = 31,6$ ;  $U_3 = 100$ ;  $U_4 = 316$ ;  $U_5 = 1000$  мВ.

Відповідно до рівняння (2.9)  $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 0,316$ .

Знаючи вхідний опір підсилювача і прийнявши  $R_0 = R_n = R_{ex\ nids}$ , по формулах (2.13) і (2.14) знайдемо параметри ланок чотириполіусників  $R1, R2, R3, R4$  та  $R'1, R'2, R'3, R'4$

Паралельно з'єднані опори схеми рис 2.3 можуть бути замінені одним опором. Величини цих опорів можуть бути розраховані наступним чином:

$$R_{01} = \frac{R_0 \cdot R_1}{R_0 + R_1}; \quad R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; \quad R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}; \quad R_{40} = \frac{R_4 \cdot R_0}{R_4 + R_0}.$$

**Задача 2.2.** Визначити відносну похибку  $j$ -тої ланки атенюатора, розрахункові параметри якої рівні  $R_{ip} = 48,84$  Ом,  $R_{(i+1)p} = 82,77$  Ом. Номінальні опори резисторів  $R_i, R_{i+1}$  відповідно є рівними  $R_{in} = 48,5$  Ом  $\pm 0,5\%$ ;  $R_{(i+1)n} = 82,60$  Ом  $\pm 0,5\%$ .

## Розв'язування

Абсолютні значення погрішності опорів, що виникають в результаті неспівпадіння розрахункового і номінального значень

$$\Delta R_i = R_{ip} - R_{in} = 48,84 - 48,5 = 0,34 \text{ Ом};$$

$$\Delta R_{i+1} = R_{(i+1)p} - R_{(i+1)n} = 82,77 - 82,6 = 0,17 \text{ Ом}.$$

Тоді абсолютні величини відносної похибки, що виникає в результаті неспівпаданя розрахункового і номінального значень відповідно резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$  є рівними:

$$\delta_{ip} = \frac{\Delta R_i}{R_{in}} = \frac{0,34}{48,5} = 0,007;$$

$$\delta_{(i+1)p} = \frac{\Delta R_{i+1}}{R_{(i+1)n}} = \frac{0,17}{82,6} = 0,002.$$

Для вибраних резисторів абсолютні величини допустимих відхилень номінальних опорів рівні  $\delta_{in} = 0,005$ ;  $\delta_{(i+1)n} = 0,005$ . Сумарні абсолютні величини відносної похибки резисторів  $R_i$ ,  $R_{i+1}$  є рівними:

$$\delta_i = \delta_{ip} + \delta_{in} = 0,007 + 0,005 = 0,012;$$

$$\delta_{i+1} = \delta_{(i+1)p} + \delta_{(i+1)n} = 0,002 + 0,005 = 0,007.$$

Відносна погрішність  $j$ -тої ланки визначається як

$$\delta_j = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_{(i+1)n}} (\delta_i + \delta_{i+1}) = \frac{48,5}{48,5 + 82,6} (0,012 + 0,007) = 0,007.$$

Аналогічно визначається відносна погрішність всіх ланок.

Основна відносна погрішність усього атенюатора визначається формулою (2.16).

**Задача 2.3.** Необхідно визначити параметри випрямної мостової схеми ЕВ, приведеної на рис. 2.5. Діапазон частот від 20 Гц до 10 кГц. Підсилювач ЕВ виконаний на ОП.

## Розв'язування

Виберемо вимірювальний прилад  $PA$  типа М265 із струмом повного відхилення  $I_u = 100$  мкА і внутрішнім опором  $R_u = 900$  Ом. Виходячи з умови  $R_\partial = (5 \div 10) R_u$ , задамося  $R_\partial = 9,1$  кОм, де  $R_\partial = R_3 + R_4$ .

Прийmemo, що вихідний струм ОП  $I_{вых} ОУ = I_{np} = 1$  мА.

Вимірюваний струм будь-якої форми викликає відхилення рухомої частини магнітоелектричного вимірювального приладу  $PA$ , пропорційне середньовипрямленому значенню струму. Для синусоїдального струму при використанні двохпівперіодної схеми випрямлення

$$I_{ср. в} = 0,636 \cdot I_m = I_u, \quad I_m = 1,57 \cdot I_u = 1,57 \cdot 100 = 157 \text{ мкА}.$$

Для двохпівперіодної мостової випрямної схеми  $R_5 = R_6$ . Тоді  $R_5$  знайдемо із співвідношення

$$I_m (R_u + R_\partial + R_5) = (I_{np} - I_m) \cdot R_5;$$

$$157 \cdot 10^{-6} \cdot (900 + 9100 + R_5) = (1 \cdot 10^{-3} - 157 \cdot 10^{-6}) \cdot R_5.$$

Звідси  $R5 = R6 = 2,28$  кОм.

Для зменшення шунтувальної дії вхідного опору ОП на атенюатор приймемо  $R1 = 10$  кОм. З врахуванням відомої мінімальної межі виміру вольтметра  $U_n = U_{ex}$  знайдемо вхідний струм ОП  $I_{ex} = I_{zc}$ . Нехай  $U_n = 1$  мВ, тоді  $I_{ex} = U_n / R1 = 1 \cdot 10^{-7}$  А. З рис 2.4 видно, що  $I_{zc} = U_{zc} / R_{zc}$ ,  $I_{np} - I_{zc} = U_{zc} / R7$ . Нехай  $R_{zc} = 100$  кОм. За відомими  $I_{zc}$ ,  $I_{np}$ ,  $R_{zc}$  знаходимо  $R7 = 10$  Ом.

Похибка перетворення ПСЗ дорівнює (згідно 2.20):

$$\gamma = - \left[ \frac{R_{np}}{R_5(R_u + R_3 + R_4)} + \frac{R_5}{R_{zc}(R_u + R_3 + R_4)} \right].$$

Визначимо прямий і зворотний опори обраного реального діода, наприклад, 1N914, в програмі Electronic Workbench. Зберемо схему, як показано на рис. 2.8.

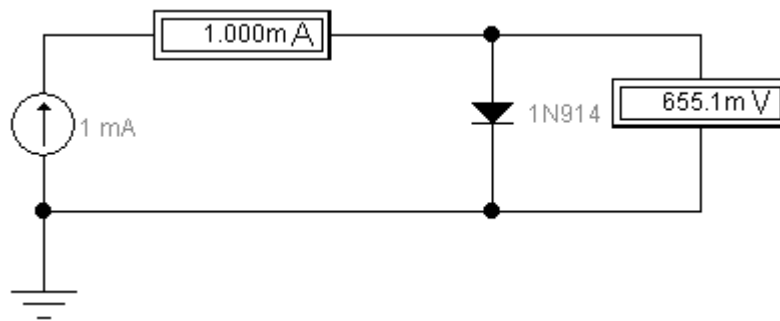


Рис. 2.8

При  $I_{np} = 1$  мА знаходимо  $U_{np} = 0,655$  В. Тоді  $R_{np} = U_{np} / I_{np} = 655$  Ом. Зворотний опір знайдемо для напруги, рівній падінню напруги на послідовно з'єднаних  $R_u + R_d$ :

$$I_m (R_u + R_d) = 157 \cdot 10^{-6} \cdot (900 + 9100) = 1,57 \text{ В.}$$

Цій напрузі, згідно моделі Electronic Workbench (рис. 2.9), відповідає струм через закритий діод  $1,57 \cdot 10^{-6}$  А. Зворотний опір  $R_{zc} = U_{zc} / I_{zc} = 1000000$  Ом

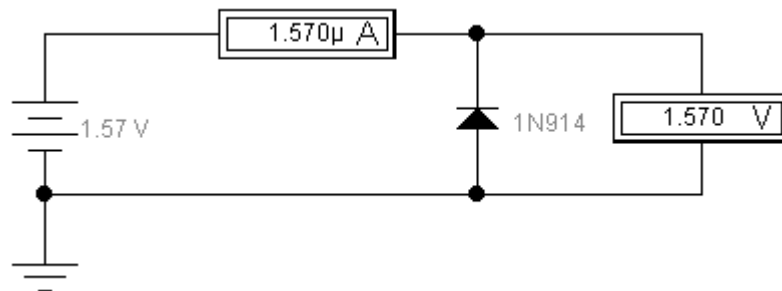


Рис. 2.9

Підставивши розраховані значення у формулу (2.20), отримаємо похибку перетворення:

$$\gamma = -3,8 \cdot 10^{-6}.$$

**Задача 2.4.** Розрахувати опори резисторів для атенюатора за схемою рис. 2.4. Дані для розрахунку взяти з табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані до задачі 2.4

Параметр	Остання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Опір навантаження $R_n$ , Ом	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Параметр	Передостання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Коефіцієнт загасання $K$ ланки	3	5	10	30	100	3	5	10	30	100

**Задача 2.5.** Спроекувати атенюатор (визначити кількість меж виміру, коефіцієнт ділення вхідного дільника, число рівнів і коефіцієнти загасання атенюатора) і розрахувати його основну відносну похибку від зміни опорів для умов, наведених у табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Вихідні дані до задачі 2.5

Параметр	Остання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Нижня межа виміру, В	0,001	0,0015	0,002	0,003	0,005	0,0075	0,01	0,02	0,03	0,05
Параметр	Передостання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Діапазон вимірювання, В	0–10	0–30	0–50	0–100	0–150	0–300	0–500	0–1000	0–1500	0–3000

**Задача 2.6.** Спроекувати випрямну мостову схему ЕВ (рис. 2.4) для діапазону частот від 20 Гц до 10 кГц. Характеристики вимірювального приладу  $PA$  взяти з табл. 2.3

Таблиця 2.3 – Вихідні дані до задачі 2.6

Параметр	Остання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Струм повного відхилення, мА	0,05	0,1	0,15	0,2	0,5	0,75	1	1,5	2	5
Параметр	Передостання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Внутрішній опір, Ом	1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100

**Задача 2.7.** Спроектувати перетворювач амплітудних значень для електронного вольтметра, що має вхідний опір 1 МОм. Діапазон частот від 20 Гц до 10 кГц.

### 3 ПОХИБКИ ЦВП

#### 3.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення

У ЦВП неперервна вимірювана величина автоматично перетворюється на код, такий процес називають аналого-цифровим перетворенням. Суть цього перетворення полягає у наступному (рис. 3.1).

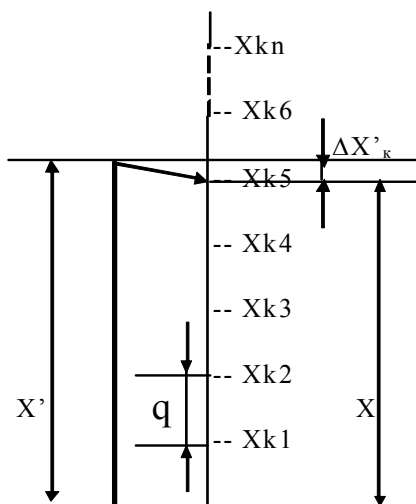


Рис. 3.1

Вимірювана величина  $X$ , що має дійсне значення  $X'$ , порівнюється із зразковою квантованою величиною тієї самої фізичної природи, тобто з мірою, яка набуває низки дискретних значень  $X_{k1} - X_{kn}$ . Різницю між двома найближчими квантованими значеннями чи рівнями  $q$  називають ступенем, або кроком квантування. Під час порівняння значення  $X'$  змінюється найближчим, меншим чи більшим, квантованим рівнем (на рис. 3.1 – рівень  $X_{k5}$ ). Процес утворення квантованої величини, порівняння з нею вимірюваної величини і заміни останньої квантованим рівнем називається квантуванням за рівнем.

У випадку такого перетворення значення вимірюваної величини можна виразити у вигляді:

$$X = N_x \cdot q, \quad (3.1)$$

де  $N_x$  – кількість ступенів квантування, які під час ототожнювання (порівняння й заміни) відповідають вимірюваній величині.

Вихідною величиною АЦП, тобто результатом вимірювання, є кількість ступенів  $N_x$ , яку на підставі (3.1) можна записати так:

$$N_x = \frac{X}{q}. \quad (3.2)$$

Співвідношення (3.2) є рівнянням перетворення ЦВП. Для того щоб  $N_x$  виражало значення вимірюваної величини у вибраних для неї одиницях, розмір ступеня квантування  $q$  має дорівнювати або бути десятикратним одиниці вимірювання величини, тобто:

$$q = 10^k [X], \quad (3.3)$$

де  $k = (0, 1, 2, \dots)$ ;  $[X]$  – одиниця вимірювання величини.

Якщо умова (3.3) виконується, то результат вимірювання являтиме собою кількість ступенів квантування  $N_x$ , в зображенні якого необхідно у відповідному місці поставити кому (або дещимальну крапку). Наприклад, для цифрового вольтметра зі ступенем квантування  $q = 10 \text{ мВ} = 10^{-2} \text{ В}$  під час вимірювання напруги  $U_x$  одержано  $N_x = 123$ . Тоді, згідно з (3.1),  $U_x = 123 \cdot 10^{-2} = 1,23 \text{ В}$ , тобто кому в зображенні  $N_x$  треба поставити після старшого десяткового розряду числа. Одиниця ж молодшого розряду числа "за вагою" дорівнює розміру ступеня квантування, тобто  $10^{-2} \text{ В}$ .

Результат вимірювання, тобто  $N_x$ , подають у вибраній системі числення. Цю операцію називають кодуванням, а число, виражене у певній системі, - кодом числа, або просто кодом. Операції квантування й кодування виконують за допомогою аналого-цифрового перетворювача (АЦП), на виході якого результат вимірювання подається у двійковому (для автономних АЦП) або двійково-десятковому коді (для АЦП, що входять до складу ЦВП). У ЦВП результат вимірювання за допомогою ВП подається у вигляді десяткових цифр.

Таким чином, для будь-якого ЦВП число, що індикується на відліковому пристрої, без урахування коми та розмірності являє собою кількість ступенів квантування  $N_x$ , які вклялися у вимірювану величину. Максимальна кількість ступенів квантування

$$N_n = 10^m, \quad (3.4)$$

де  $m$  – кількість десяткових розрядів ВП.

Під час аналого-цифрового перетворення через заміну значення  $X'$  квантованим значенням, тобто внаслідок заокруглення неперервної величини до найближчого дискретного рівня, виникає похибка квантування або дискретності  $\Delta X'_k = X - X'$ . Максимальне значення абсолютною похибки квантування  $\Delta X'_k$  може набувати розміру ступеня квантування зі знаком, що залежить від того, меншим чи більшим квантованим рівнем виконано заміну:

$$\Delta X'_k = \pm q. \quad (3.5)$$

Її можна подати через кількість ступенів квантування, тобто в одиницях вихідної величини ЦВП:



$$\Delta N_{\kappa} = \pm 1. \quad (3.6)$$

Відносне значення похибки квантування  $\delta_k$  можна знайти з її визначення та співвідношень (3.1) і (3.5):

$$\delta_k = \frac{\Delta X'_k}{X} = \pm \frac{q}{N_x \cdot q} = \pm \frac{1}{N_x}. \quad (3.7)$$

Зведене значення похибки квантування дістанемо на підставі її визначення, урахувавши (3.5):

$$\gamma_k = \frac{\Delta X'_k}{X_H} = \pm \frac{q}{N_H \cdot q} = \pm \frac{1}{N_H}, \quad (3.8)$$

де  $X_H$  – номінальне значення, або границя вимірювання ЦВП;  $N_H$  – номінальна або максимальна кількість ступенів квантування ЦВП.

Похибка квантування – методична, тому вилучити її неможливо, а для зменшення, як можна бачити з (3.5) та (3.7), необхідно зменшити розмір ступеня квантування  $N_x$ . У ЦВП передбачена можливість зміни ступеня квантування, і завдання оператора – правильно вибрати ступінь квантування, забезпечивши цим мінімальне значення похибки квантування. Ознакою того, що ступінь вибрано правильно, є поява в старших розрядах числа на ВП значущих цифр, тобто відсутність нуля (чи нулів) у цих розрядах.

Крім похибки квантування в ЦВП виникають складові інструментальної похибки. До них належать похибка відтворення квантованих рівнів, тобто похибка міри, й похибка порівняння. Розробляючи ЦВП, вибирають такий розмір ступеня квантування, щоб похибка квантування не була меншою від інструментальної, оскільки це призведе до невірності одного чи кількох молодших розрядів результату вимірювання.

Похибка ЦВП містить адитивну та мультиплікативну складові, і їх значення порівнянні. Тому нормують похибки ЦВП з урахуванням обох складових, а їх клас точності задають у вигляді  $c/d$ . Граничне значення відносної похибки знаходять із співвідношення:

$$\delta = \pm \left[ c + d \left( \frac{X_H}{X} - 1 \right) \right] \%, \quad (3.9)$$

### 3.2 Приклади задачі для самостійного розв'язання

**Задача 3.1.** У цифровому вольтметрі розмір ступеня квантування дорівнює 1 мВ. Вимірювана напруга  $U_x$ , порівняна зі взірцевою квантованою напругою, містить 4653 ступенів квантування. Який вигляд матиме результат вимірювання на ВП вольтметра, якщо він містить п'ять декад й індикує розмірність у вольтах?

### Розв'язування

Згідно (3.1)

$$U_x = 4653 \cdot 10^{-3} = 4,653 \text{ В.}$$

Одиниця молодшого розряду ВП має “вагу” розміру ступеня квантування, тобто індикує тисячні долі вольт. П'ять декад ВП вольтметра будуть містити цифри 0, 4, 6, 5 і 3. Десяткова крапка стоятиме після другого за старшинством десятковим розрядом.

**Задача 3.2.** На ВП частотоміра одержано результат вимірювання 23,65 кГц. Чому дорівнює ступінь квантування і скільки ступенів містить вимірювана величина?

### Розв'язування

Ступінь квантування дорівнює одиниці молодшого розряду результату, тобто  $10^{-2}$  кГц. Згідно (3.2)

$$N_x = \frac{X}{q} = \frac{23,65}{10^{-2}} = 2365$$

**Задача 3.3.** З допомогою ЦВ одержано результат вимірювання 0,145 В. Знайти максимальні значення абсолютної, відносної та зведеної похибок дискретності. Визначити границю вимірювання приладів. З'ясувати, чи правильно було вибрано границю вимірювання. Якщо неправильно, то яку границю треба було вибрати? Який вигляд матиме результат виміру на ВП і яку розмірність він повинен індикувати? Знайти значення похибки дискретності на вибраній границі вимірювання.

### Розв'язування

Ступінь квантування дорівнює одиниці молодшого розряду результату, тобто  $q = 10^{-3}$  В. Згідно (3.2) кількість ступенів вимірювання  $N_x = X/q = 0,145 / 10^{-3} = 145$ . Згідно (3.5) максимальна абсолютна похибка  $\Delta X'_k = \pm 10^{-3}$  В. Згідно (3.7) відносна похибка  $\delta_k = \pm 1 / N_x = \pm 1 / 145 = \pm 6,897 \cdot 10^{-3}$

ЦВП має 4 декади, тому максимальна кількість ступенів вимірювання  $N_n = 10^4$ . Згідно (3.8) зведена похибка  $\gamma_k = \pm 1 / N_n = \pm 10^{-4}$ .

Границя вимірів визначається максимальним результатом, який може індикувати ВП: 9,999 В. Оскільки в старшому розряді отриманого результату присутній нуль, границя вибрана неправильно. Правильний вибір границі забезпечив би результат 145,0 мВ. В цьому разі ступінь квантування  $q = 10^{-3}$ , максимальна абсолютна похибка  $\Delta X'_k = \pm 0,1 \text{ мВ} = \pm 10^{-4}$  В, кількість ступенів вимірювання  $N_x = 0,145 / 10^{-4} = 1450$ , відносна похибка  $\delta_k = \pm 1 / N_x = \pm 1 / 1450 = \pm 6,897 \cdot 10^{-4}$ , зведена похибка залишається тією ж.

**Задача 3.4.** З допомогою ЦВП одержано результати вимірювання, подані в табл. 3.1. За результатами виміру знайти максимальні значення абсолютної, відносної та зведеної похибок дискретності. Визначити границю

вимірів приладів. З'ясувати, чи правильно було вибрано границю вимірювання. Якщо неправильно, то яку границю треба було вибрати? Який вигляд матиме результат виміру на ВП і яку розмірність він повинен індикувати? Знайти значення похибки дискретності на вибраній границі вимірювання.

Таблиця 3.1 – Вихідні дані до задачі 3.4

Варіант	1	2	3	4	5
Результат	062,7 кГц	0,7625 МПа	0,518 А	25,43 мс	003,6 кОм
Варіант	6	7	8	9	10
Результат	20,46 В	082,35 мс	019,36 кОм	65,43 мкс	004,63 КГц
Варіант	11	12	13	14	15
Результат	0,178 кВт	0,451 мА	003,44 А	045,1 кГц	0,451 кГц
Варіант	16	17	18	19	20
Результат	05,846 кВ	0,3654 Ом	0,8954 Гн	0,8964 с	0065,78 В
Варіант	21	22	23	24	25
Результат	0,4598 кПа	0,0548 м <sup>3</sup> /с	0,8541 км	005,84 Гн	0,2589 мГн
Варіант	26	27	28	29	30
Результат	05,965 мА	0,98514 с	06,8862 м	007,65 Гц	06,854 кА

**Задача 3.5.** Який клас точності має ЦВП, якщо відомо, що гранично допустиме значення основної похибки при номінальному значенні вимірюваної величини становить 0,15%, а при значенні, що дорівнює половині номінального, 0,25%?

### Розв'язування

Відомо, що при номінальному значенні вимірюваної величини член  $c$  виразу класу точності  $c/d$  дорівнює граничному значенню відносної похибки:  $c=0,15$ . Член  $d$  знаходимо з (3.9):

$$d = \frac{\delta - c}{X_n / X - 1} = \frac{0,25 - 0,15}{X_n / 0,5 X_n - 1} = 0,1$$

Таким чином, клас точності ЦВП становить 0,15/0,1.

**Задача 3.6.** Є два цифрових вольтметри з однаковими границями вимірювання 10 В. Клас точності першого вольтметра 0,1/0,05, другого — 0,15/0,025. За яких значень вимірюваної величини перший вольтметр матиме похибку меншу, ніж другий?

### Розв'язування

Згідно (3.9) будемо нерівність:

$$\begin{aligned} 0,1 + 0,05(10/X - 1) &< 0,15 + 0,025(10/X - 1) \\ (0,05 - 0,025)(10/X - 1) &< 0,15 - 0,1 \\ 10/X &< 0,05 / 0,025 + 1 = 3 \\ X &> 10 / 3. \end{aligned}$$

## 4 ЦИФРОВІ ЧАСТОТОМІРИ

### 4.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення

Цифровий частотомір (ЦЧ) – це прилад частотно-імпульсного кодування, в якому реалізовано метод послідовної лічби. Його принцип дії полягає у підрахуванні кількості імпульсів, період проходження яких дорівнює періоду сигналів вимірюваної частоти  $T_x = 1/f_x$ , яка вкладається у певний (зразковий) інтервал часу вимірювання  $T_e$ . Операцію лічби кількості імпульсів виконує лічильник імпульсів, а формування інтервалу  $T_e$  – високостабільний генератор імпульсів (звичайно з кварцовою стабілізацією) і подільник частоти.

Рівнянням перетворення ЦЧ є залежність кількості імпульсів  $N_x$ , які надійшли у лічильник імпульсів за час  $T_e$ , від  $f_x$ :

$$N_x = T_e f_x. \quad (4.1)$$

Розв'язавши це рівняння відносно  $f_x$ , тобто звівши його до виду (3.1), отримаємо:

$$f_x = N_x / T_e. \quad (4.2)$$

Звідси розмір ступеня квантування ЦЧ:

$$q = 1/\Delta f. \quad (4.3)$$

У ЦЧ передбачено можливість зміни розміру ступеня зміною  $T_e$  з допомогою зміни коефіцієнта ділення подільника частоти. Вибираючи значення  $q$ , треба мати на увазі, що зменшення  $q$  призводить до збільшення часу вимірювання  $T_e$  ЦЧ і зниження його швидкодії. Крім того, зміна  $T_e$  призводить до зміни границі вимірювання за частотою. У разі номінальної кількості ступенів квантування  $N_H$ , яка залежить від об'єму лічильника імпульсів, номінальне значення вимірюваної частоти  $f_{xH}$  (границя вимірювання) згідно з (4.2)

$$f_{xH} = N_H / T_e. \quad (4.4)$$

Якщо вимірювана частота змінюється протягом часу вимірювання  $T_e$ , то результат вимірювання, визначений за (4.1), являє собою середнє значення частоти  $f_{xcp}$ , усереднене за час  $T_e$ . Таким чином, ЦЧ має інтегрувальні властивості. Операцію інтегрування чи усереднення в ЦЧ виконує лічильник імпульсів.

Похибка ЦЧ або похибка вимірювання частоти містить дві складові: нестабільність, або похибку відтворення інтервалу  $T_e$ , спричинену нестабільністю частоти  $f_0$  генератора, що він формує цей інтервал, і похибку квантування. Відносне значення похибки ЦЧ

$$\delta = \pm(\delta_{f_0} + 1/N_x) = \pm(\delta_{f_0} + 1/T_v f_x) \quad (4.5)$$

де  $\delta_{f_0}$  – відносна нестабільність частоти генератора.

Перший доданок у (4.5) – мультиплікативна складова похибки, і, якщо стабілізація частоти  $f_0$  кварцова, то її значення не перевищує  $\delta_{f_0} = 10^{-6} - 10^{-9}$  ( $10^{-4} - 10^{-7}\%$ ); другий доданок – похибка квантування, що є адитивною складовою. Вона робить основний внесок у похибку вимірювання частоти і зростає зі зменшенням  $f_x$ . Тому низькі частоти за допомогою цього приладу вимірювати недоцільно.

## 4.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання

**Задача 4.1.** У цифровому частотомірі передбачено четверо значень інтервалу часу вимірювання: 0,01; 0,1; 1; 10 с. Знайти значення розміру ступеня квантування для кожного інтервалу.

**Розв'язування**

Згідно (4.3)  $q = 1/T_v$

Для першого інтервалу  $q = 1/0,01 = 100$  Гц.

Для другого інтервалу  $q = 1/0,1 = 10$  Гц.

Для третього інтервалу  $q = 1/1 = 1$  Гц.

Для четвертого інтервалу  $q = 1/10 = 0,1$  Гц.

**Задача 4.2.** У цифровому частотомірі з лічильником на 7 декад передбачено троє значень інтервалу часу вимірювання: 0,1; 1; 10 с. Яке максимально можливе з них вибрати, якщо сподіване значення вимірюваної частоти становить 5 МГц? Які будуть при цьому максимальні значення абсолютної та відносної похибок?

**Розв'язування**

ЦВП має 7 декад, тому максимальна кількість ступенів вимірювання  $N_n = 10^7$

Згідно (4.4)

$$f_n = N_n/T_v$$

Тож для першого інтервалу часу вимірювання  $f_n = 10^7/0,1 = 10^8$  Гц = 100 МГц

Для другого інтервалу часу вимірювання  $f_n = 10^7/1 = 10^7$  Гц = 10 МГц

Для третього інтервалу часу вимірювання  $f_n = 10^7/10 = 10^6$  Гц = 1 МГц

Необхідно вибрати інтервал часу вимірювання 1 с. В цьому разі ступінь квантування згідно (4.3)  $q = 1/T_v = 1$  Гц. Згідно (3.5) максимальна абсолютна похибка  $\Delta = \pm q = \pm 1$  Гц. Відносна похибка  $\delta_k = \pm q / f_x = \pm 1/(5 \cdot 10^6) = 2 \cdot 10^{-7}$  або  $2 \cdot 10^{-5}\%$ .

**Задача 4.3.** Цифровий частотомір має 5-декадний лічильник і два інтервали часу вимірювання: 0,1 та 1 с. Для кожного з інтервалів знайти діапазони вимірювання, в яких забезпечується мінімальна відносна похибка.

### Розв'язування

ЦВП має 5 декад, тому максимальна кількість ступенів вимірювання  $N_n=10^5$ . Зі зміною частоти відносна похибка змінюється за рахунок зміни похибки квантування. Її мінімальне значення буде при відсутності нуля у старшому розряді. В цьому разі кількість ступенів квантування буде знаходитись в межах від  $0,1 N_n$  до  $N_n$ . Згідно (4.2) вимірювана частота буде лежати в межах:

а) для інтервалу часу вимірювання 0,1с

$$f_{min} = 0,1N_x / T_g = 0,1 \cdot 10^5 / 0,1 = 10^5 \text{ Гц};$$

$$f_{max} = N_x / T_g = 10^5 / 0,1 = 10^6 \text{ Гц};$$

б) для інтервалу часу вимірювання 1с

$$f_{min} = 0,1N_x / T_g = 0,1 \cdot 10^5 / 1 = 10^4 \text{ Гц};$$

$$f_{max} = N_x / T_g = 10^5 / 1 = 10^5 \text{ Гц};$$

**Задача 4.4.** У цифровому частотомірі з лічильником на  $m$  декад передбачено четверо значень інтервалу часу вимірювання: 0,01; 0,1; 1; 10 с. Яке максимально можливе з них вибрати, якщо сподіване значення вимірюваної частоти становить  $f$  МГц? Які будуть при цьому максимальні значення абсолютної та відносної похибок? Значення  $m$  і  $f$  взяти з табл. 4.1 та 4.2.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані до задачі 4.4

Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4
Число декад $m$	4	5	6	7	6
Передостання цифра шифру	5	6	7	8	9
Число декад $m$	5	6	7	4	5

Таблиця 4.2 – Вихідні дані до задачі 4.4 (продовження)

Остання цифра шифру	1	2	3	4	5
Частота $f$ , кГц	62,7	7625	145	25430	3600
Остання цифра шифру	6	7	8	9	0
Частота $f$ , кГц	20460	682,35	1936 кГц	654,3	4630

## 5 ЦИФРОВІ ХРОНОМЕТРИ

### 5.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення

Цифрові хронометри – прилади для вимірювання інтервалу часу. В групу цифрових хронометрів входять цифрові періодоміри, вимірники тривалості імпульсів і будь-якого інтервалу часу, що задається імпульсними сигналами. Принцип дії ґрунтується на підрахуванні кількості квантувальних імпульсів стабільної частоти протягом вимірюваного інтервалу часу.

У цифровому періодомірі під час вимірювання періоду  $T_x$  квантується один чи кілька вимірюваних періодів. Кількість періодів  $n$  змінюється десятикратно за допомогою подільника частоти.

Кількість імпульсів, що надійшли в лічильник, визначається рівнянням перетворення періодоміра:

$$N_x = \frac{nT_x}{T_0} = nT_x f_0, \quad (5.1)$$

звідки

$$T_x = \frac{N_x}{nf_0}, \quad (5.2)$$

а розмір ступеня квантування періоду

$$q = \frac{1}{nf_0} = \frac{T_0}{n}. \quad (5.3)$$

Звідси випливає, що змінювати ступінь квантуванні можна зміною періоду  $T_0$  або, що те ж саме, частоти  $f_0$  квантувальних імпульсів, а також множника періоду  $n$ . В періодомірі передбачено обидва регулювання. Вибираючи те чи інше з них, треба враховувати, що зміна  $T_0$  не спричинює зміни швидкодії, а зміна  $n$  змінює її, оскільки час вимірювання періоду

$$T_e = nT_x. \quad (5.4)$$

Зміна періоду  $T_0$  і множника  $n$  змінює границю вимірювання періодоміра, яку визначають з (5.2):

$$T_n = \frac{N_n}{nf_0} = \frac{N_n T_0}{n}. \quad (5.5)$$

Результат вимірювання змінного в часі періоду у випадку  $n=1$  являє собою миттєве значення періоду, в разі  $n>1$  – значення періоду, усереднене за час вимірювання  $t_e$ , тобто за  $n$  вимірюваних періодів.

Похибка цифрового періодоміра містить такі ж складові, що й для частотоміра, а її відносне значення

$$\delta = \pm \left( \delta_{f_0} + \frac{1}{N_x} \right) = \pm \left( \delta_{f_0} + \frac{1}{nf_0 T_x} \right). \quad (5.6)$$

де  $\delta_{f_0}$  - похибка, спричинена нестабільністю частоти  $f_0$  генератора квантувальних імпульсів. Похибка квантування зменшується зі збільшенням  $n$ ,  $f_0$  та  $T_x$ .

Цифрові вимірники часових інтервалів побудовані так само, як періодоміри, і їхні характеристики описують співвідношеннями (5.1) – (5.5) тільки в них треба замінити період  $T_x$  на значення вимірюваного інтервалу  $t_x$  і мати на увазі, що  $n=1$ .

## 5.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання

**Задача 5.1.** У цифровому періодомірі, який має семидекадний лічильник імпульсів, використано генератор квантувальних імпульсів з частотою 1 МГц й передбачено чотири значення числа вимірюваних періодів (множники періодів): 1, 10, 100, 1000. Яке максимально можливе з них треба вибрати, якщо сподіване значення вимірюваного періоду становить приблизно 20 мс? Чому дорівнюватимуть максимальна абсолютна та відносна похибки квантування?

### Розв'язування

ЦВП має 7 декад, тому максимальна кількість ступенів вимірювання  $N_n=10^7$ . Згідно (5.5), границя вимірювання періодоміра

$$T_n = N_n / (n f_0)$$

Тож для першого значення множника періодів  $T_n = 10^7 / (1 \cdot 10^6) = 10$  с.

Для другого значення множника періодів  $T_n = 10^7 / (10 \cdot 10^6) = 1$  с.

Для третього значення множника періодів  $T_n = 10^7 / (100 \cdot 10^6) = 0,1$  с.

Для четвертого значення множника періодів  $T_n = 10^7 / (1000 \cdot 10^6) = 0,01$  с.

Необхідно вибрати значення множника періодів 100. При більшому значенні множника границя вимірювання менша за очікуване значення вимірюваної величини.

Для вибраного значення множника періодів згідно (5.3)  $q = 1 / (n f_0) = 1 / (100 \cdot 10^6) = 10^{-8}$  с. Максимальна абсолютна похибка  $\Delta = \pm q = \pm 10^{-8}$  с.. Відносна похибка  $\delta_k = \pm q / T_x = \pm 10^{-8} / (20 \cdot 10^{-3}) = \pm 5 \cdot 10^{-7}$  або  $\pm 5 \cdot 10^{-5} \%$ .

**Задача 5.2** У цифровому вимірнику інтервалів часу, який має щестидекадний лічильник імпульсів, передбачено чотири тривалості періоду квантувальних імпульсів: 0,1, 1, 10, 100 мкс. Яке мінімально можливе з них треба вибрати, якщо сподіване значення вимірюваного інтервалу часу становить приблизно 2,5 с? Чому дорівнюватимуть максимальна абсолютна та відносна похибки квантування?

### Розв'язування

ЦВП має 6 декад, тому максимальна кількість ступенів вимірювання  $N_n=10^6$ . Згідно (5.5), границя вимірювання періодоміра

$$t_n = N_n T_0.$$



Тож для першого значення періоду квантувальних імпульсів  $T_n = 10^6 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 0,1$  с.

Для другого значення періоду  $t_n = 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1$  с.

Для третього значення періоду  $t_n = 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 10$  с.

Для четвертого значення періоду  $t_n = 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 100$  с.

Необхідно вибрати значення періоду квантувальних імпульсів 10. При меншому значенні періоду границя вимірювання менша за очікуване значення вимірюваної величини.

Для вибраного значення періоду згідно (5.3)  $q = T_o = 10 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}$  с. Максимальна абсолютна похибка  $\Delta = \pm q = \pm 10^{-5}$  с. Відносна похибка:

$$\delta_k = \pm q / t_x = \pm 10^{-5} / 2,5 = \pm 4 \cdot 10^{-6} \text{ або } \pm 4 \cdot 10^{-4} \%$$

**Задача 5.3.** У цифровому періодомірі, який має  $m$ -декадний лічильник імпульсів, використано генератор квантувальних імпульсів з частотою  $f$  МГц й передбачено чотири значення числа вимірюваних періодів (множники періодів): 1, 10, 100, 1000. Яке максимально можливе з них треба вибрати, якщо сподіване значення вимірюваного періоду становить приблизно  $T$ ? Чому дорівнюватимуть максимальна абсолютна та відносна похибки квантування? Значення  $m$ ,  $T$  і  $f$  взяти з табл. 5.1 та 5.2.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані до задачі 5.3

Остання цифра шифру	1	2	3	4	5
Число декад $m$	4	5	6	7	4
Сподіваний результат вимірювання $T$	62,7 мс	7,625 мс	0,145 мс	25,43 мс	3,6 мс
Остання цифра шифру	6	7	8	9	0
Число декад $m$	5	6	7	4	5
Сподіваний результат вимірювання $T$	20,46 мс	682,35 мс	1936 мкс	654,3 мкс	4,63 мс

Таблиця 5.2 – Вихідні дані до задачі 5.3 (продовження)

Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4
Частота $f$ , МГц	0,1	1	10	0,1	1
Передостання цифра шифру	5	6	7	8	9
Частота $f$ , МГц	0,1	1	10	0,1	1

**Задача 5.4.** У цифровому вимірнику інтервалів часу, який має  $m$ -декадний лічильник імпульсів (табл. 5.3), передбачено чотири тривалості періоду квантувальних імпульсів: 0,1, 1, 10, 100 мкс. Яке мінімально можливе з них треба вибрати, якщо сподіване значення вимірюваного інтервалу часу становить приблизно  $t$  с (табл. 5.4)? Чому дорівнюватимуть максимальна абсолютна та відносна похибки квантування?

Таблиця 5.3 – Вихідні дані до задачі 5.4

Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4
Число декад $m$	5	6	7	6	7
Передостання цифра шифру	5	6	7	8	9
Число декад $m$	7	5	6	7	6

Таблиця 5.4 – Вихідні дані до задачі 5.4 (продовження)

Остання цифра шифру	1	2	3	4	5
Інтервал часу $t$	2,7 с	7,625 с	0,145 с	25,43 с	3,6 с
Остання цифра шифру	6	7	8	9	0
Інтервал часу $t$	20,46 с	682,35 мс	1936 мкс	4,3 с	14,63 с

## 6 ЦИФРОВІ ВОЛЬТМЕТРИ

### 6.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення

Побудова цифрових вольтметрів (ЦВ) постійного струму ґрунтується на різних методах аналого-цифрового перетворення, і зараз найбільшого поширення набули часоімпульсні ЦВ, ЦВ зрівноважування розрядами (кодоімпульсні), частотно-імпульсні ЦВ (з частотним перетворенням) і ЦВ з двотактним інтегруванням. ЦВ перших двох типів вимірюють миттєве значення напруги, а ЦВ двох останніх типів, інтегрувальні ЦВ, - середнє значення напруги.

У часоімпульсних вольтметрах вимірювана напруга  $U_x$  перетворюється на часовий інтервал  $t_x$ , що його потім вимірює цифровий вимірник інтервалу часу. Аналогове перетворення  $U_x \rightarrow t_x$  виконується (рис. 6.1) шляхом порівняння напруги  $U_x$  з лінійно змінною компенсуючою напругою  $U_k$  та виділення інтервалу часу  $t_x$  від початку порівняння до моменту, коли  $U_x = U_k$ . Одержаний інтервал квантується імпульсами зі стабільним періодом  $T_0=1/f_0$ . Кількість імпульсів  $N_x$ , які вклялися в інтервал  $t_x$ , підраховує лічильник імпульсів.

Час  $t_x$  (див. рис. 6.1):

$$t_x = U_x / V_k, \quad (6.1)$$

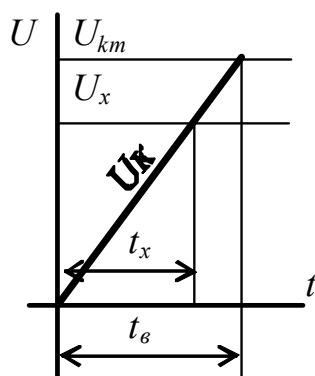


Рис. 6.1

де  $V_k = U_{km}/t_0$  – швидкість зміни компенсуючої напруги  $U_k$ ;  $t_0$  – тривалість циклу перетворення або вимірювання.

Рівняння перетворення ЦВ з урахуванням (6.1) можна записати у вигляді

$$N_x = \frac{t_x}{T_0} = \frac{1}{T_0 V_k} U_x = \frac{f_0}{V_k} U_x. \quad (6.2)$$

Розв'язавши (6.2) відносно  $U_x$ , тобто звівши його до вигляду (7.1), одержимо при  $N=1$  розмір ступеня квантування  $q$  напруги:

$$q = V_k / f_0. \quad (6.3)$$

У часоімпульсних ЦВ  $U_{km} = U_{xно}$ , де  $U_{xно}$  – номінальна напруга основної границі вимірювання, на якій вимірювана величина не послаблюється і не підсилюється перед подаванням її на АЦП.

Час циклу вимірювання  $t_в$  для часоімпульсного ЦВ можна подати через параметри аналогового та аналого-цифрового перетворювачів:

$$t_в = U_{km} / V_k = U_{xно} / V_k = N_H / f_0. \quad (6.4)$$

Похибку часоімпульсних ЦВ спричинюють складові: похибка квантування, яку описують співвідношення (7.5) – (7.7); нестабільність  $f_0$ ; нелінійність  $U_k$  і нестабільність  $V_k$ ; поріг спрацювання порівнювального пристрою.

Основний недолік методу – низька завадозахищеність. Для подавлення завад використовується метод подвійного інтегрування, згідно з яким перетворення вимірюваної напруги  $U_{вим}$  в пропорційний часовий інтервал  $T_x$  здійснюється за два такти.

У першому такті протягом часу  $T_i$  проводиться інтегрування вхідної напруги  $U_x$ . Протягом другого такту  $T_x$  інтегрується опорна напруга  $U_{оп}$ , що має протилежну по відношенню до  $U_x$  полярність. Інтегрування продовжується доти, поки вихідна напруга не стане рівною нулю.

Перетворення часового інтервалу  $T_x$  в код здійснюється підрахунком. Протягом часу  $T_x$  рахуються імпульси опорної частоти. Число імпульсів

$$N_x = T_x f_{оп} = \frac{U_{изм} T_i f_{оп}}{U_{оп}} \quad (6.5)$$

*Частотно-імпульсні* ЦВ використовують перетворення напруги в частоту. Широко застосовуються перетворювачі з імпульсним зворотним зв'язком (рис. 6.2). У момент, коли напруга на виході інтегратора досягає значення, рівного опорній напрузі, схема порівняння запускає перетворювач зворотного зв'язку, який виробляє імпульс, вольт-секундна площа якого є постійною:  $t_{33} U_{33} = const$ , а знак напруги протилежний по знаку вимірюваній напрузі. Цей імпульс подається на вхід інтегратора, і напруга на виході інтегратора лінійно падає протягом часу дії імпульсу.

Частота проходження імпульсів

$$f_x = \frac{1}{T_x} = \frac{R_2 C}{R_1 C} \frac{U_x}{U_{33} t_{33}} = \frac{R_2}{R_1 U_{33} t_{33}} U_x. \quad (6.6)$$

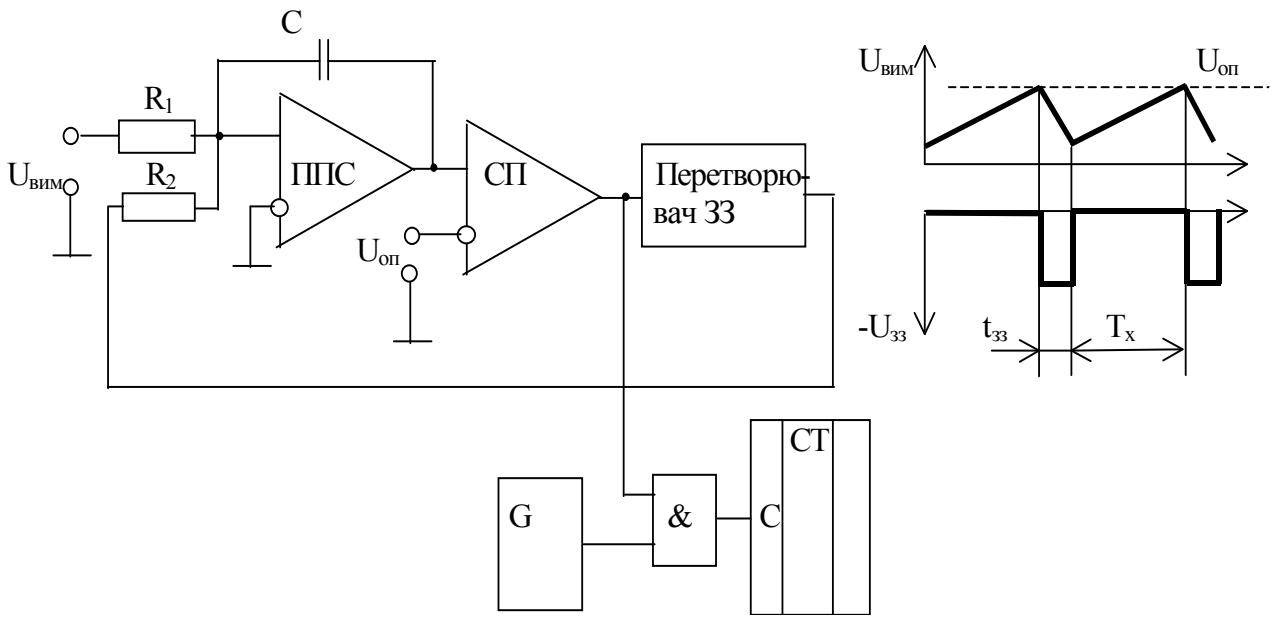


Рис. 6.2 – Структурна схема частотно-імпульсного ЦВ

Метод з проміжним перетворенням напруги в фазу ілюструється рис. 6.3.

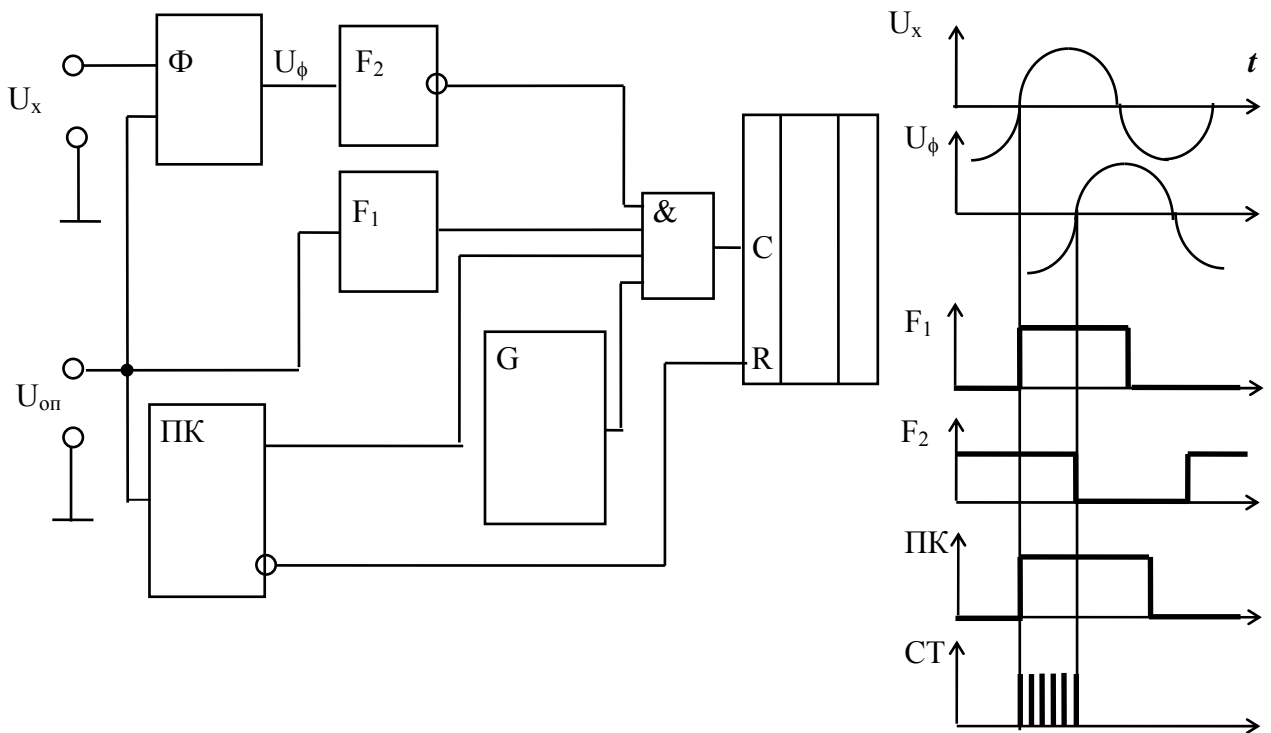


Рис. 6.3 – Структурна схема ЦВ, що використовує частотно-фазовий метод перетворення

У схемі використовується змінна напруга опорної частоти  $U_{on}$ , яка подається на формувачі імпульсів  $F_1$  і  $F_2$ , причому на формувач  $F_2$  через фазообертальний пристрій  $\Phi$ , керований вимірюваною напругою  $U_x$ . Напруга на виході фазообертального пристрою  $U_\phi$  виявляється зсунутою за фазою відносно  $U_{on}$  на кут, пропорційний значенню  $U_x$ . Імпульси,

сформовані формувачами  $F_1$  і  $F_2$ , подаються на схему збігу &. Імпульс з виходу  $F_1$  відкриває, а імпульс з інверсного виходу  $F_2$  закриває проходження імпульсів від генератора  $G$  на лічильник СТ. Час відкритого стану схеми збігу  $T_\varphi$ . Число цих імпульсів

$$N_x = T_\varphi f_0 = k f_0 U_x, \quad (6.7)$$

де  $k$  – коефіцієнт перетворення.

У *кодоімпульсних ЦВ* (ЦВ зрівноважування розрядами, порозрядного кодування) вимірювана напруга  $U_x$  порівнюється зі ступінчасто-змінною в часі компенсувальною напругою  $U_k$ . Напруга  $U_k$  виробляється за допомогою ЦАП або перетворювача код-напруга. Ступені  $U_k$  зважені відповідно до ваги розрядів двійкового чи двійково-десятькового коду.

Ступінь  $U_k$ , підключення якого призводить до нерівності  $U_k > U_x$ , відключається. Наприкінці циклу зрівноважування  $U_k = U_x$ . Якщо ступінь квантування ЦАП дорівнює  $q$ , то рівняння перетворення для цього ЦВ набуває вигляду:

$$N_x = U_x / q. \quad (6.8)$$

Час циклу перетворення  $t_\varepsilon$  *кодоімпульсних ЦВ* залежить від кількості тактів зрівноважування й періоду проходження  $T_T$  тактів:

$$t_\varepsilon = T_T (n_{pm} + n_{dm}), \quad (6.9)$$

де  $n_{pm} = 4m$  – кількість робочих тактів;  $m$  – кількість десятичких розрядів (декад) ЦАП вольтметра та його ВП;  $n_{dm}$  – кількість допоміжних тактів, звичайно  $n_{dm} = 3$ .

У *цифрових інтегровальних вольтметрах* вимірювана напруга  $U_x$  з накладеним на неї сигналом гармонічної завади інтегрується протягом інтервалу часу, який дорівнює або кратний періоду основної завади. Це спричинює заглушення завади. Степінь захищеності ЦВ від завади нормального виду оцінюють коефіцієнтом заглушення завади, який виражають у децибелах:

$$K_i = 20 \lg \frac{U_{zm}}{|\Delta U_\varepsilon|}, \quad (6.10)$$

де  $U_{zm}$  – амплітуда завади;  $\Delta U_\varepsilon$  – абсолютна похибка ЦВ, спричинена дією завади.

До інтегровальних належать вольтметри з частотним перетворенням і вольтметри з двотактним інтегруванням.

У вольтметрі з частотним перетворенням вимірювана напруга перетворюється на частоту імпульсів  $f_x = K_n U_x$ , де  $K_n$  – коефіцієнт перетворення напруга-частота (ПНЧ). Цю частоту вимірює цифровий частотомір. Рівняння перетворення ЦВ можна одержати з (6.1), урахувавши рівняння перетворення ПНЧ:

$$N_x = T_x f_x = T_x K_n U_x. \quad (6.11)$$

Звідси можна отримати розмір ступеня квантування (при  $N_x = 1$ ):

$$\Delta U_{CK} = 1 / (T_x K_n) . \quad (6.12)$$

Часто у ЦВ комбінуються кілька методів перетворення. Наприклад, охоплюють ЦВ зворотним зв'язком. В прямій гілці використовується перетворення напруга-частота. В коло зворотного зв'язку вмикається ЦАП, що дозволяє використати метод послідовної лічби або метод порозрядного врівноваження.

Складові похибки розглянутих ЦВ: похибка квантування, що її описують співвідношення (7.5)–(7.7); похибка відтворення  $U_k$ , спричинена неоднаковістю й нестабільністю ступенів  $q$ ; похибка, зумовлена порогом спрацювання порівняльного пристрою.

## 6.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання

**Задача 6.1.** Часоімпульсний ЦВ має параметри:

- границя вимірювання  $U_n = 10$  В;
- швидкість зміни компенсувальної напруги  $V_k = 10$  В/мс;
- частота квантувальних імпульсів  $f_o = 1$  МГц;
- клас точності 0,5/0,2.

Результат вимірювання  $U_x = 5.217$  В.

Треба:

- 1) одержати рівняння перетворення;
- 2) визначити розмір ступеня квантування;
- 3) визначити номінальну кількість ступенів квантування;
- 4) визначити час циклу вимірювання;
- 5) визначити максимальну швидкодію;
- 6) виразити результат вимірювання через кількість ступенів квантування і подати його у двійково-десятковому коді 8421;
- 7) розрахувати гранично допустиму відносну похибку і абсолютну похибку квантування.

### Розв'язування

Рівняння перетворення:

$$N = \frac{f_o}{V_e} U_x = \frac{10^6}{10 \cdot 10^3} U_x = 100 U_x .$$

Розмір ступеня квантування:

$$\Delta U_{CK} = V_k / f_o = 10 \cdot 10^3 / 10^6 = 10^{-2} .$$

Номінальна кількість ступенів квантування

$$N_n = U_n / \Delta U_{CK} = 10 / 10^{-2} = 1000 .$$

Час циклу вимірювання

$$t_g = N_n / f_o = 1000 / 10^6 = 10^{-3} .$$

Максимальна швидкодія – це кількість вимірів за секунду:

$$S = 1 / t_g = 1 / 10^{-3} = 10^3 \text{ вимірів/с.}$$

Кількість ступенів квантування

$$N_x = U_x / \Delta U_{CK} = 5.217 / 10^{-2} = 521 .$$

У двійково-десятковому коді 8421:

Гранично допустима відносна похибка згідно (3.9):

$$\delta = \pm [c + d (U_n / U_x - 1)] \% = \pm [0,5 + 0,2(10/5.217-1)] \% = \pm 0,68 \%$$

Максимальна абсолютна похибка квантування

$$\Delta U_k = \pm \Delta U_{ck} = \pm 10^{-2}.$$

**Задача 6.2.** Кодоімпульсний ЦВ має параметри:

- границя вимірювання  $U_n = 10$  В;
- розмір ступеня квантування  $q=0,01$  В;
- частота тактових імпульсів  $f_m = 5$  МГц;
- клас точності 0,2/0,15.

Результат вимірювання  $U_x = 7.645$  В.

Треба:

одержати рівняння перетворення;

- 1) визначити номінальну кількість ступенів квантування;
- 2) визначити час циклу вимірювання;
- 3) визначити максимальну швидкодію;
- 4) виразити результат вимірювання через кількість ступенів квантування і подати його у двійково-десятковому коді 8421;
- 5) розрахувати гранично допустиму відносну похибку і абсолютну похибку квантування.

### Розв'язування

Рівняння перетворення

$$N = \frac{U_x}{\Delta U_{ck}} = \frac{1}{0,01} U_x = 100 U_x.$$

Номінальна кількість ступенів квантування

$$N_n = U_n / \Delta U_{ck} = 10 / 10^{-2} = 1000.$$

Час циклу вимірювання

$$t_g = T_m (n_{pm} + n_{dm}) = 1/f_m (4m + n_{dm}) = [1/(5 \cdot 10^3)] (4 \cdot 4 + 3) = 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

Максимальна швидкодія – це кількість вимірів за секунду:

$$S = 1/t_g = 1/3,4 \cdot 10^{-3} = 294 \text{ вимірів/с.}$$

Кількість ступенів квантування

$$N_x = U_x / \Delta U_{ck} = 7.645 / 10^{-2} = 764.$$

У двійково-десятковому коді 8421:

0111 0110 0100

Гранично допустима відносна похибка

$$\delta = \pm [c + d (U_n / U_x - 1)] \% = \pm [0,2 + 0,15(10/7.645 - 1)] \% = \pm 0,246\%.$$

Максимальна абсолютна похибка квантування

$$\Delta U_k = \pm \Delta U_{ck} = \pm 10^{-2}.$$

**Задача 6.3.** Інтегровальний ЦВ має параметри:

- границя вимірювання  $U_n = 10$  В;
- розмір ступеня квантування  $U_{ck} = 0,001$  В;

- коефіцієнт заглушення синусоїдної завади  $K_s = 60$  дБ;
- коефіцієнт перетворення ПНЧ  $K_n = 10^4$  Гц/В;
- клас точності 0,3/0,2;
- абсолютна похибка ЦВ, спричинена дією завади  $U_s = 4$  мВ.

Результат вимірювання  $U_x = 4.589$  В.

Треба:

- 1) одержати рівняння перетворення;
- 2) визначити номінальну кількість ступенів квантування;
- 3) визначити час циклу вимірювання і визначити максимальну швидкодію;
- 4) виразити результат вимірювання через кількість ступенів квантування і подати його у двійково-десятковому коді 8421;
- 5) розрахувати гранично допустиму відносну похибку і абсолютну похибку квантування;
- 6) знайти абсолютне і відносне значення похибки, спричиненою дією гармонічної завади промислової частоти

### Розв'язування

Час вимірювання знаходимо з (6.12)

$$T_g = 1 / (\Delta U_{CK} K_n) = 1 / (0,001 \cdot 10^4) = 0,1 \text{ с.}$$

Це значення є кратним періоду завади, що дорівнює 0.02 с.

Рівняння перетворення згідно (6.11):

$$N_x = T_g K_n U_x = 0,1 \cdot 10^4 U_x = 1000 U_x.$$

Номінальна кількість ступенів квантування згідно (6.8)

$$N_n = U_n / \Delta U_{CK} = 10 / 0,001 = 10000.$$

Максимальна швидкодія – це кількість вимірів за секунду:

$$S = 1 / t_g = 1 / 0,1 = 10 \text{ вимірів/с.}$$

Кількість ступенів квантування згідно (6.8)

$$N_x = U_x / \Delta U_{CK} = 4.589 / 0,001 = 4589.$$

У двійково-десятковому коді 8421

0100 0101 1000 1001

Гранично допустима відносна похибка згідно (3.9):

$$\delta = \pm [c + d (U_n / U_x - 1)]\% = \pm [0,05 + 0,015(10/4.589 - 1)]\% = \pm 0,0677\%.$$

Максимальна абсолютна похибка квантування згідно (3.5)

$$\Delta U_K = \pm \Delta U_{CK} = \pm 10^{-3} \text{ В.}$$

Перепишемо (6.10) в такому вигляді

$$\frac{U_{3M}}{|\Delta U_3|} = 10^{K_n / 20},$$

Звідси отримаємо значення абсолютної похибки спричиненою дією гармонічної завади промислової частоти

$$\Delta U_3 = \pm \frac{U_{3M}}{10^{K_n / 20}} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{10^{60 / 20}} = 4 \cdot 10^{-6}.$$

Відносна похибка, спричиненою дією гармонічної завади промислової частоти

$$\delta_M = (\Delta U_{3M} / U_x) \cdot 100 \% = 4 \cdot 10^{-6} / 4.589 = 8,72 \cdot 10^{-7}.$$



**Задача 6.4.** ЦВ має параметри (див. табл. 6.1):

- границя вимірювання  $U_n$ ;
- швидкість зміни компенсуючої напруги  $V_k$ ;
- частота квантуючих імпульсів  $f_o$ ;
- клас точності  $c/d$ .

Результат вимірювання  $U_x$ .

Треба:

- 1) одержати рівняння перетворення;
- 2) визначити розмір ступеня квантування;
- 3) визначити номінальну кількість ступенів квантування;
- 4) визначити час циклу вимірювання;
- 5) визначити максимальну швидкодію;
- 6) виразити результат вимірювання через кількість ступенів квантування і подати його у двійково-десятковому кодi 8421;
- 7) розрахувати гранично допустиму відносну похибку і абсолютну похибку

Таблиця 6.1 – Вихідні дані до задачі 6.4

Варіант	$U_n$ , В	$V_k$ , В/мс	$f_o$ , Гц	$U_x$	$c/d$
0	10	1,67	$1 \cdot 10^6$	5,217	0,05/0,015
1	100	0,5	$5 \cdot 10^5$	81,43	0,3/0,2
2	1	4	$2 \cdot 10^6$	0,7605	0,2/0,1
3	10	0,87	$2 \cdot 10^5$	4,813	0,05/0,02
4	100	3,0	$3 \cdot 10^6$	68,17	0,05/0,015
5	1	1,33	$2,5 \cdot 10^5$	0,9057	0,05/0,02
6	10	3,33	$5 \cdot 10^6$	7,904	0,01/0,005
7	100	1,8	$5 \cdot 10^6$	89,02	0,02/0,01
8	1	0,5	$5 \cdot 10^5$	0,4985	0,05/0,02
9	10	2	$2 \cdot 10^6$	7,458	0,02/0,015

**Задача 6.5.** Кодо-імпульсний ЦВП має параметри (див. табл. 6.2):

- границя вимірювання  $U_n$ ;
- розмір ступеня квантування  $\Delta U_{ск}$ ;
- частота тактових імпульсів  $f_m$ ;
- клас точності  $c/d$ .

Результат вимірювання  $U_x$ .

Треба:

- 1) одержати рівняння перетворення;
- 2) визначити номінальну кількість ступенів квантування;
- 3) визначити час циклу вимірювання;
- 4) визначити максимальну швидкодію;
- 5) виразити результат вимірювання через кількість ступенів квантування і подати його у двійково-десятковому кодi 8421;

б) розрахувати гранично допустиму відносну похибку і абсолютну похибку

Таблиця 6.2 – Вихідні дані до задачі 6.5

Варіант	$\Delta U_{ск}, В$	$U_n, В$	$f_m, Гц$	$U_x$	$c/d$
0	0,01	10	$1 \cdot 10^3$	5,217	0,02/0,015
1	0,1	100	$5 \cdot 10^3$	81,43	0,05/0,02
2	0,001	1	$2 \cdot 10^3$	0,7605	0,02/0,01
3	0,01	10	$2 \cdot 10^3$	4,813	0,01/0,005
4	0,1	100	$3 \cdot 10^3$	68,17	0,05/0,02
5	0,001	1	$2,5 \cdot 10^3$	0,9057	0,05/0,015
6	0,01	10	$5 \cdot 10^3$	7,904	0,3/0,2
7	0,1	100	$5 \cdot 10^3$	89,02	0,2/0,1
8	0,001	1	$5 \cdot 10^3$	0,4985	0,05/0,015
9	0,01	10	$2 \cdot 10^3$	7,458	0,05/0,02

**Задача 6.6.** ЦВ має параметри (див. табл. 6.3):

- границя вимірювання  $U_n=10 В$ ;
- розмір ступеня квантування  $U_{ск}$ ;
- коефіцієнт заглушення синусоїдної завади  $K_з$ ;
- коефіцієнт перетворення ПНЧ  $K_n$  ;
- клас точності  $c/d$ ;
- абсолютна похибка ЦВ, спричинена дією завади  $U_з$ .

Результат вимірювання  $U_x$ .

Треба:

- 1) одержати рівняння перетворення;
- 2) визначити номінальну кількість ступенів квантування;
- 3) визначити час циклу вимірювання і визначити максимальну швидкодію;
- 4) виразити результат вимірювання через кількість ступенів квантування і подати його у двійково-десятковому кодї 8421;
- 5) розрахувати гранично допустиму відносну похибку і абсолютну похибку квантування;
- 6) знайти абсолютне і відносне значення похибки, спричиненою дією гармонічної завади промислової частоти

Таблиця 6.3 – Вихідні дані до задачі 6.6

Варіант	$\Delta U_{ск}, В$	$K_з, дВ$	$K_n, Гц/В$	$U_з, мВ$	$U_x, В$	$c/d$
0	0,01	40	$10^4$	4,0	4,589	0,02/0,015
1	0,001	60	$5 \cdot 10^3$	2,5	2,615	0,05/0,02
2	0,001	80	$5 \cdot 10^4$	7,5	8,209	0,02/0,01
3	0,01	40	$10^3$	6,0	7,409	0,01/0,005
4	0,001	60	$10^4$	5,5	6,718	0,05/0,02
5	0,001	80	$5 \cdot 10^3$	8,5	9,750	0,05/0,015

Продовження табл. 6.3

Варіант	$\Delta U_{ск}, В$	$K_3, дВ$	$K_n, Гц/В$	$U_3, мВ$	$U_x, В$	$c/d$
6	0,01	40	$5 \cdot 10^4$	3,5	4,318	0,3/0,2
7	0,001	60	$5 \cdot 10^3$	7,0	7,506	0,2/0,1
8	0,001	80	$10^4$	8,0	8,341	0,05/0,015
9	0,01	40	$10^3$	4,5	5,712	0,05/0,02

## 7 ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ЦИФРОВИХ ВИМІРІВ

### 7.1 Теоретичні відомості і розрахункові співвідношення

Якщо виконано  $n$  рівноточних спостережень однієї фізичної величини, що не змінюється в процесі спостережень, причому систематичними погрішностями можна знехтувати, то як оцінку істинного значення вимірюваної величини варто прийняти середнє арифметичне результатів спостережень. Середньоквадратичне відхилення від середнього арифметичного можна знайти з формули

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{2 \sum_{i < j} r_{ij}}{n}}, \quad (7.1)$$

де  $\sigma$  – СКВ результату спостереження;  $n$  – число спостережень;  $r_{ij}$  – нормований коефіцієнт кореляції між  $i$ -тим і  $j$ -тим спостереженнями; підсумовування поширюється на всілякі попарні сполучення спостережень.

Якщо  $X(t)$  – стаціонарна випадкова функція, то її кореляційна функція і спектральна щільність зв'язані між собою співвідношеннями

$$K_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega; \quad (7.2)$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (7.3)$$

Дисперсія  $D$  стаціонарної випадкової функції  $X(t)$  є величина постійна і зв'язана з функціями  $K_x(t)$  і  $S_x(t)$  співвідношеннями

$$D_x = K_x(0); \quad (7.4)$$

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d(\omega). \quad (7.5)$$

Математичне очікування  $m_x$  стаціонарної випадкової функції є величина постійна.

Нехай на вхід стаціонарної лінійної вимірювальної системи з комплексним коефіцієнтом передачі  $W(j\omega)$  надходить стаціонарний випадковий процес  $X(t)$ . Тоді в сталому режимі, тобто для моментів часу, досить віддалених від моменту подачі на вхід системи сигналу  $X(t)$ , на виході системи сигнал також є стаціонарним, причому

$$S_y = S_x(\omega) \cdot |W(j\omega)|^2; \quad (7.6)$$

$$m_y = m_x \cdot W(0). \quad (7.7)$$

Якщо ж систематичною складовою погрішності нехтувати не можна, математичне очікування  $M[\Delta_0]$  і дисперсія  $D[\Delta_0]$  основної погрішності  $\Delta_0$  визначаються по формулах

$$M[\Delta_0] = M[\Delta_{0s}]; \quad (7.8)$$

$$D[\Delta_0] = D[\Delta_{0s}] + D[\Delta_{0r}], \quad (7.9)$$

де  $\Delta_{0s}$  та  $\Delta_{0r}$  – систематична та випадкова складові основної погрішності.

Додаткова похибка  $\Delta_C$  обумовлена зміною впливаючих величин відносно своїх нормальних значень і є функцією впливаючих величин

$$\Delta_C = \sum_{i=1}^l \psi_i(\xi_i), \quad (7.10)$$

де  $\psi_i$  — нормована функція впливу;  $\xi_i$  —  $i$ -та впливаюча величина (температура, вологість, атмосферний тиск і так далі). Функція впливу визначає додаткову похибку як функціональний зв'язок між похибкою і впливаючими величинами, що викликали її зміну  $\Delta\xi = \xi - \xi_{\text{ref}}$ , де  $\xi$  — поточне значення впливаючої величини в реальних умовах застосування ЗВ,  $\xi_{\text{ref}}$  — нормальне значення.

Загальна погрішність в реальних умовах є рівною  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_C$ . Математичне очікування і дисперсія похибки виміру будуть рівними

$$M[\Delta] = M[\Delta_{0s}] + \Psi_s(\xi); \quad (7.11)$$

$$D[\Delta] = D[\Delta_{0s}] + D[\Delta_{0r}] + \Psi_D(\xi), \quad (7.12)$$

де  $\Psi_s(\xi)$  та  $\Psi_D(\xi)$  — функції впливу величин  $\xi$  на систематичну похибку і на дисперсію випадкової похибки.

Якщо зміна впливаючої величини  $\Delta\xi$  є випадкова величина, останні формули матимуть вигляд:

$$M[\Delta] = M[\Delta_{0s}] + M[\Psi_s(\xi)]; \quad (7.13)$$

$$D[\Delta] = \sigma^2[\Delta_{0s}] + D[\Psi_{sN}(\xi)] + \sigma_P^2[\Delta_0] + \frac{\mu_N^2}{12} \quad (7.14)$$

де  $M[\Psi_s(\xi)]$  та  $D[\Psi_s(\xi)]$  — математичне чекання і дисперсія функції впливу як функції випадкових аргументів.

Для лінійних функцій впливу  $\Psi_{sN}(\xi_j) = K_{sN}(\xi_j - \xi_{\text{refj}})$  математичне очікування обчислюється за формулою:

$$M[\Psi_{sN}(\xi_j)] = K_{sN}(M[\xi_j] - \xi_{\text{refj}}), \quad (7.15)$$

а дисперсія –

$$D[\Psi_{sN}(\xi_j)] = K_{sN}^2 \sigma^2(\xi_j), \quad (7.16)$$

Для нелінійних функцій впливу використовуються формули

$$M[\Psi_{sN}(\xi_j)] = \Psi_{sN}(M[\xi_j]) + 0,5\Psi_{sN}''(M[\xi_j])\sigma^2[\xi_j]; \quad (7.17)$$

$$D[\Psi_{sN}(\xi_j)] \approx [\Psi_{sN}'(M[\xi_j])]^2 \sigma^2[\xi_j] + 0,4[\Psi_{sN}''(M[\xi_j])]^2 \sigma^4[\xi_j]. \quad (7.18)$$

У випадку нормального закону розподілу імовірність того, що випадкова величина  $X$  прийме значення, що належить інтервалу  $[\alpha, \beta]$

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - m_x}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - m_x}{\sigma}\right), \quad (7.19)$$

де  $\Phi$  – функція Лапласа, таблиці її значень приводяться в Додатку Б. Формула (7.19) може бути використана для знаходження довірчої імовірності для симетричного довірчого інтервалу для погрішності  $\Delta$ :

$$P_\Delta = \Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right). \quad (7.20)$$

Значення нижньої і верхньої меж інтервалу, в якому з ймовірністю  $P$  знаходиться похибка, можуть бути розраховані по формулах

$$\Delta_{\text{н}} = M[\Delta_\xi] - K_{\text{ср}} \sigma(\Delta_\xi); \quad (7.21)$$

$$\Delta_{\text{сн в}} = M[\Delta_\xi] + K_{\text{ср}} \sigma(\Delta_\xi) \quad (7.22)$$

Значення коефіцієнта  $K$  залежать від вигляду закону розподілу похибки  $\Delta$  і вибраного значення ймовірності  $P$ . Закон розподілу ймовірності може мати складний вигляд, оскільки є суперпозицією декількох функцій розподілів, і тому точну оцінку шуканих інтервалів отримати вельми важко. Наближене значення  $K$  може бути знайдено наступним шляхом:

а) якщо закон розподілу  $\Delta$  може бути віднесений до симетричних законів розподілу з незростаючою у міру віддалення від центру розподілу щільністю, то, як значення  $K$ , може бути прийнято  $K_{\text{ср}}$  на рис. 7.1, заштрихована ділянка показує поле  $K(P)$  для одномодальних, усічених і симетричних функцій щільності ймовірності від рівномірної (нижня границя ділянки) до вельми гострої (верхня границя);

б) для грубих орієнтовних розрахунків, якщо є підстава вважати, що закон розподілу похибки подібний до згаданого вище закону, значення  $K$  може обчислюватися за допомогою формули

$$K = 5(P - 0,5) \text{ для } 0,8 \leq P \leq 1,0. \quad (7.23)$$

Ця формула дає дещо завищене значення по відношенню до  $K_{\text{ср}}$  на рис. 7.1.

Якщо похибки підкоряються нормальному закону розподілу, інколи використовується правило  $3\sigma$  (трьох сигм). При цьому вважається, що результат вимірів з імовірністю  $P < 0,03$  малоімовірний і його можна вважати промахом, якщо  $\Delta > 3\sigma$ .

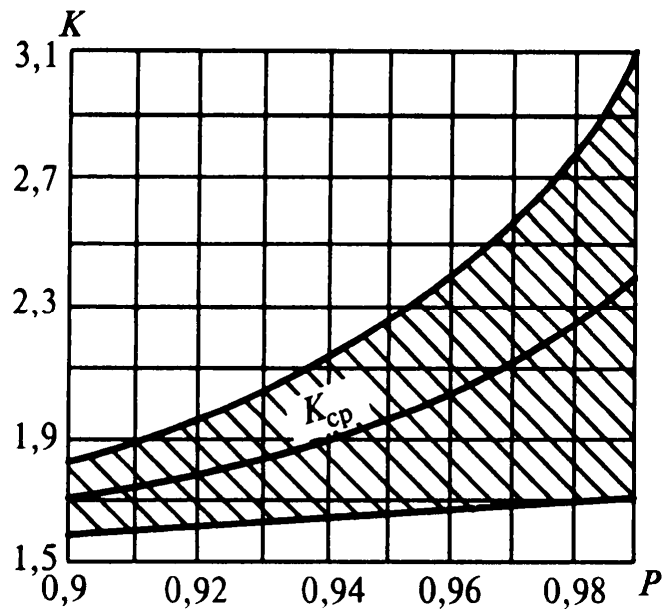


Рис. 7.1

## 7.2 Приклади і задачі для самостійного розв'язання

**Задача 7.1.** Постійна напруга вимірюється цифровим вольтметром. Систематичною погрішністю можна зневажити; випадкова погрішність є адитивною стаціонарною випадковою завадою, кореляційна функція якої відома

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}$$

де  $\sigma = 1$  мВ;  $\alpha = 0,5$  с<sup>-1</sup>. Зроблено два виміри з інтервалом 2 с; час кожного виміру зневажливо малий в порівнянні з інтервалом між вимірами. Знайти середньоквадратичне відхилення від середнього арифметичного результатів цих вимірів.

### Розв'язування

Середньоквадратичне відхилення від середнього арифметичного двох вимірів згідно (8.1) дорівнює

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{2r_{12}}{2}},$$

де  $r_{12}$  – нормований коефіцієнт кореляції між погрішностями результатів першого і другого вимірів. З огляду на те, що нормована кореляційна функція  $r(\tau)$  завади, яка обумовлює погрішність, дорівнює

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|},$$

а інтервал часу між вимірами дорівнює 2 с, знайдемо

$$r_{12} = r(2) = e^{-0,5|2|} = 0,37.$$

Таким чином

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + 0,37} = 0,83 \text{ мВ.}$$

Якби результати вимірів були не корельовані ( $r_{12} = 0$ ), то

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71 \text{ мВ},$$

що істотно менше, ніж для корельованих вимірів.

**Задача 7.2.** Постійна напруга вимірюється цифровим вольтметром. Систематичною погрішністю можна зневажити; випадкові погрішності корельовані. Кореляційна функція

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|},$$

де  $\sigma = 1$  мВ;  $\alpha = 0,5 \text{ с}^{-1}$ . Зроблено три виміри з інтервалами 1 с; час кожного виміру зневажливо малий в порівнянні з 1 с. Знайти середньоквадратичну погрішність середнього арифметичного цих вимірів і симетричний довірчий інтервал, що відповідає довірчої імовірності 0,95, припускаючи, що погрішності розподілені по нормальному закону.

### Розв'язування

Знайдемо коефіцієнти кореляції аналогічно задачі 7.1:

$$r_{12} = r_{23} = \frac{K(1)}{\sigma^2} = e^{-0,5} = 0,61;$$

$$r_{13} = \frac{K(2)}{\sigma^2} = e^{-0,5|2|} = 0,37.$$

Середньоквадратична погрішність середнього арифметичного визначається за формулою (8.1):

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{2(2 \cdot 0,61 + 0,37)}{3}} = 0,83 \text{ мВ}.$$

Оскільки середнє арифметичне значення випадкових величин, розподілених нормально, також підкоряється нормальному закону розподілу, то для знаходження симетричного довірчого інтервалу  $\Delta$  можна використати формулу (8.20):

$$0,95 = \Phi\left(\frac{\Delta}{0,83}\right).$$

По таблицях функції Лапласа (Додаток Б) визначаємо

$$\frac{\Delta}{0,83} = \Phi^{-1}(0,95) = 1,96.,$$

звідки

$$\Delta = 1,96 \cdot 0,83 = 1,6 \text{ мВ}.$$

**Задача 7.3.** Визначити симетричний довірчий інтервал для похибки вимірювання, що спричиняється адитивною стаціонарною випадковою завадою, кореляційна функція якої відома

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}.$$

де  $\sigma$  та  $\alpha$  наведені у табл. 7.1. Зроблено  $n$  вимірів з інтервалами  $t$  с, час кожного виміру зневажливо малий в порівнянні з  $t$ . Закон розподілу похибки нормальний.

Таблиця 7.1 – Вихідні дані до задачі 7.3

Параметр	Остання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma$ , мВ	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
$\alpha$ , с <sup>-1</sup>	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,75	0,6	0,7	0,8	0,9
Параметр	Передостання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	3
$t$ , с	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

**Задача 7.4.** По результатах виміру встановлено, що межа основної систематичної похибки даного типу ЗВ багато менше межі СКВ основної похибки, тобто  $\Delta_{0sp} \ll \sigma_p [\Delta_0]$ . Записати вираз для меж основної похибки ЗВ для двох випадків: а) розподіл ймовірності випадкової похибки підкоряється нормальному закону; б) закон розподілу невідомий.

### Розв'язування

Оскільки систематична похибка багато менше випадкової, то межі основної погрішності визначаються лише випадковою складовою похибки і для інтервалу, в якому її значення знаходиться з ймовірністю  $P$ , близькою до одиниці.

Покладемо  $P = 0,997$ . Тоді для нормального закону розподілу основної випадкової похибки можна, згідно правила трьох сигм, записати

$$\Delta_0 = \pm 3 \sigma(\Delta_0).$$

Якщо невідомий закон розподілу похибки може бути віднесений до симетричних законів з незростаючою у міру віддалення від центру розподілу щільністю, то коефіцієнт  $K$  може бути обчислений за формулою (8.23). При  $P = 0,997$  отримуємо  $K = 2,485$ . Приблизно таке ж  $K$  отримуємо, використовуючи залежність  $K_{cp} = f(P)$  на рис. 8.1. Таким чином, для невідомого закону розподілу, але з обмеженнями, викладеними вище, знаходимо:

$$\Delta_0 = \pm 2,485 \sigma(\Delta_0).$$

**Задача 7.5.** Розрахувати характеристики похибки АЦП в умовах зміни температури довкілля від  $\xi_n = 30^\circ\text{C}$  до  $\xi_{\text{в}} = 60^\circ\text{C}$ . Нормальне значення температури  $\xi_{\text{ref}} = 20^\circ\text{C}$ .

АЦП має наступні нормовані метрологічні характеристики:



- межа систематичної складової допустимої основної похибки  $\Delta_{0sP} = \pm 1$  мА і значення похибки рівномірно розподілені в своїх межах;
- межа СКВ випадкової складової допустимої основної похибки, що допускається  $\sigma_P(\Delta_0) = 0,3$  мА;
- номінальна функції впливу температури на систематичну складову похибки має вигляд:

$$\Psi_{sN}(\xi) = K_{sN}(\xi - \xi_{ref})^2,$$

де  $K_{sN} = 0,001$  мА/°С<sup>2</sup> — номінальне значення коефіцієнта впливу температури на систематичну складову похибки;

- номінальна ціна одиниці найменшого розряду коду  $q = 1$  мА.

### Розв'язування

Оскільки систематична складова похибки і впливаюча величина (температура) мають рівномірний розподіл, їх математичні очікування будуть рівні

$$M[\Delta_{0s}] = 0, M[\xi] = 0,5(\xi_H + \xi_B) = 0,5(30 + 60) = 45 \text{ }^\circ\text{C},$$

а дисперсія зміни температури

$$\sigma^2(\xi) = \frac{(\xi_a - \xi_i)^2}{12} = \frac{(60 - 30)^2}{12} = 75 \text{ }^\circ\text{C}^2.$$

Відповідно до формул (8.11)—(8.18), враховуючи, що залежність  $\Psi_{sN}$  нелінійна, отримуємо

$$M[\Delta_\xi] = M[\Delta_{0s}] + K_{sN}(M[\xi] - \xi_{ref})^2 + K_{sN}\sigma^2(\xi) =$$

$$= 0 + 10^{-3}(45 - 20)^2 + 10^{-3} \cdot 75 = 0,7 \text{ мА}.$$

$$D[\Delta_\xi] = \sigma^2[\Delta_{0sP}] + [2K_{sN1}(M[\xi] - \xi_{ref})]^2 \sigma^2[\xi] + 1,6K_{sN}^2 \sigma^4[\xi] +$$

$$+ \sigma_P^2 \left[ \overset{\circ}{\Delta}_0 \right] + \frac{\mu_N^2}{12} = 0,33 + (2 \cdot 10^{-2})^2 (45 - 20)^2 \cdot 75 + 1,6(10^{-3})^2 (75)^2 +$$

$$+ 0,09 + 0,083 = 0,7 \text{ мА}^2 = (0,84 \text{ мА})^2.$$

Розрахунок меж інтервальної оцінки зробимо по графіку на рис. 7.1. Коефіцієнт  $K_{cp} = 2$  при довірчій ймовірності 0,95. Відмітимо, що в даному випадку підсумковий розподіл має бути близький до нормального, оскільки число складових розподілів рівне п'яти.

Межі інтервальних оцінок будуть рівні

$$\Delta_H = M[\Delta_\xi] - K_{cp} \sigma(\Delta_\xi) = 0,7 - 2 \cdot 0,84 = 0,98 \approx 1,0 \text{ мА},$$

$$\Delta_B = M[\Delta_\xi] + K_{cp} \sigma(\Delta_\xi) = 0,7 + 2 \cdot 0,84 = 2,38 \approx 2,4 \text{ мА}.$$

**Задача 7.6.** Виконати розрахунок за прикладом задачі 7.5 за умов, наведених у табл. 8.2. Вважати, що функція впливу має вигляд

$$\Psi_{sN}(\xi) = K_{sN} \sqrt{\xi - \xi_{ref}}.$$

Таблиця 7.2 – Вихідні дані до задачі 7.6

Параметр	Остання цифра варіанту									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta_{0SP}$ , мА	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
$\sigma_P(\Delta_0)$ , мА	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,75	0,6	0,7	0,8	0,9
$\xi_H$ , °С	25	32	35	40	45	20	24	28	36	42
$\xi_B$ , °С	55	65	70	50	60	70	50	65	55	70
$q$ , мА	0,5	1,5	1	2	5	2,5	4	3	2	1

## ЛІТЕРАТУРА

ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення [Текст]. – Чинний з 1995–01–01. – К. : Держстандарт України, 1999. — 67 с.

Бондаренко В.І. Основи метрології та електричні вимірювання у приладах і задачах [Текст] / В.І. Бондаренко, О.П. Давиденко, В.І. Дякін та ін. – К. : ІСДО, 1995. – 160 с.

Головко Д.Б. Основи метрології та вимірів [Текст] / Д.Б. Головко, К.Г. Рего, Ю.О. Скрипник. – К : Либідь, 2001. – 408 с.

Лапа В.Г. Математические основы кибернетики [Текст] – К. : Вища школа, 1971. – 420 с.

Барбаш І.П. Основи цифрових систем [Текст] / І.П. Барбаш, М.П. Благодарний, В.Я. Жихарев та ін. Під ред. М.П. Благодарного. – Харків : Нац. Аерокосмічний ун-т, 2002. – 672 с.

Гусев В.Г. Аналоговые измерительные устройства: Учебн. пособие [Текст] / В.Г. Гусев, А.В. Мулик. – Уфа : Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т., 1996. – 147 с.

Пронкин Н.С. Основы метрологии: практикум по метрологии и измерениям: учеб. пособие для вузов [Текст]. – М. : Логос; Университетская книга, 2007. – 392 с.

## ДОДАТОК А

Табл. А1 – Номінальні ряди опорів резисторів та ємностей конденсаторів

E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192
1,00	1,00	1,00	1,47	1,47	1,47	2,15	2,15	2,15	3,16	3,16	3,16	4,64	4,64	4,64	6,81	6,81	6,81
		1,01			1,49			2,18			3,20			4,70			6,90
	1,02	1,02		1,50	1,50		2,21	2,21		3,24	3,24		4,75	4,75		6,98	6,98
		1,04			1,52			2,23			3,28			4,81			7,06
1,05	1,05	1,05	1,54	1,54	1,54	2,26	2,26	2,26	3,32	3,32	3,32	4,87	4,87	4,87	7,15	7,15	7,15
		1,06			1,56			2,29			3,36			4,93			7,23
	1,07	1,07		1,58	1,58		2,32	2,32		3,40	3,40		4,99	4,99		7,32	7,32
		1,09			1,60			2,34			3,44			5,05			7,41
1,10	1,10	1,10	1,62	1,62	1,62	2,37	2,37	2,37	3,48	3,48	3,48	5,11	5,11	5,11	7,50	7,50	7,50
		1,11			1,64			2,40			3,52			5,17			7,59
	1,13	1,13		1,65	1,65		2,43	2,43		3,57	3,57		5,23	5,23		7,68	7,68
		1,14			1,67			2,46			3,61			5,30			7,77
1,15	1,15	1,15	1,69	1,69	1,69	2,49	2,49	2,49	3,65	3,65	3,65	5,36	5,36	5,36	7,87	7,87	7,87
		1,17			1,72			2,52			3,70			5,42			7,96
	1,18	1,18		1,74	1,74		2,55	2,55		3,74	3,74		5,49	5,49		8,06	8,06
		1,20			1,76			2,58			3,79			5,56			8,16
1,21	1,21	1,21	1,78	1,78	1,78	2,61	2,61	2,61	3,83	3,83	3,83	5,62	5,62	5,62	8,25	8,25	8,25
		1,23			1,80			2,64			3,88			5,69			8,35
	1,24	1,24		1,82	1,82		2,67	2,67		3,92	3,92		5,76	5,76		8,45	8,45
		1,26			1,84			2,71			3,97			5,83			8,56
1,27	1,27	1,27	1,87	1,87	1,87	2,74	2,74	2,74	4,02	4,02	4,02	5,90	5,90	5,90	8,66	8,66	8,66
		1,29			1,89			2,77			4,07			5,97			8,76
	1,30	1,30		1,91	1,91		2,80	2,80		4,12	4,12		6,04	6,04		8,87	8,87
		1,32			1,93			2,84			4,17			6,12			8,98
1,33	1,33	1,33	1,96	1,96	1,96	2,87	2,87	2,87	4,22	4,22	4,22	6,19	6,19	6,19	9,09	9,09	9,09
		1,35			1,98			2,91			4,27			6,26			9,19
	1,37	1,37		2,00	2,00		2,94	2,94		4,32	4,32		6,34	6,34		9,31	9,31
		1,38			2,03			2,98			4,37			6,42			9,42
1,40	1,40	1,40	2,05	2,05	2,05	3,01	3,01	3,01	4,42	4,42	4,42	6,49	6,49	6,49	9,53	9,53	9,53
		1,42			2,08			3,05			4,48			6,57			9,65
	1,43	1,43		2,10	2,10		3,09	3,09		4,53	4,53		6,65	6,65		9,76	9,76
		1,45			2,13			3,12			4,59			6,73			9,88

Примітка. Ряд E48 відповідає відносній точності  $\pm 2\%$ , ряд E96 –  $\pm 1\%$ , ряд E192 –  $\pm 0,5\%$ .

## ДОДАТОК Б

Табл. А1 – Таблица значений функции Лапласа

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,008	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048	0,056	0,064	0,072
0,1	0,080	0,088	0,095	0,103	0,111	0,119	0,127	0,135	0,143	0,151
0,2	0,158	0,166	0,174	0,182	0,190	0,197	0,205	0,213	0,221	0,228
0,3	0,236	0,243	0,251	0,259	0,266	0,274	0,281	0,289	0,296	0,304
0,4	0,311	0,318	0,325	0,333	0,340	0,347	0,354	0,362	0,369	0,376
0,5	0,383	0,390	0,397	0,404	0,411	0,418	0,424	0,431	0,438	0,445
0,6	0,452	0,458	0,465	0,471	0,478	0,484	0,491	0,497	0,504	0,510
0,7	0,516	0,522	0,528	0,535	0,541	0,547	0,553	0,559	0,564	0,570
0,8	0,576	0,582	0,588	0,594	0,599	0,605	0,610	0,616	0,621	0,626
0,9	0,632	0,637	0,642	0,648	0,653	0,658	0,663	0,668	0,673	0,678
1,0	0,683	0,688	0,692	0,697	0,702	0,706	0,711	0,715	0,720	0,724
1,1	0,729	0,733	0,737	0,742	0,746	0,750	0,754	0,758	0,762	0,766
1,2	0,770	0,774	0,777	0,781	0,785	0,789	0,792	0,796	0,799	0,803
1,3	0,806	0,810	0,813	0,816	0,820	0,823	0,826	0,829	0,832	0,836
1,4	0,838	0,842	0,844	0,847	0,850	0,853	0,856	0,858	0,861	0,864
1,5	0,866	0,869	0,871	0,874	0,876	0,879	0,881	0,884	0,886	0,888
1,6	0,890	0,893	0,895	0,897	0,899	0,901	0,903	0,905	0,907	0,909
1,7	0,911	0,913	0,915	0,916	0,918	0,920	0,922	0,923	0,925	0,927
1,8	0,928	0,930	0,931	0,933	0,934	0,936	0,937	0,938	0,940	0,941
1,9	0,943	0,944	0,945	0,946	0,948	0,949	0,950	0,951	0,952	0,953
2,0	0,954	0,956	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,962	0,963
2,1	0,964	0,965	0,966	0,967	0,968	0,968	0,969	0,970	0,971	0,972
2,2	0,972	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977	0,977	0,978
2,3	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982	0,982	0,983	0,983
2,4	0,984	0,984	0,984	0,985	0,985	0,986	0,986	0,986	0,987	0,987
2,5	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990
2,6	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993
2,7	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995
2,8	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996
2,9	0,996	0,996	0,996	0,996	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997
3,0	0,997	0,997	0,997	0,997	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998
3,1	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,999
3,2	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999
3,3	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999
3,4	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999