

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ

«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ»

ЧАСТИНА 1 «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АСР»

ЗА ОСВІТНІМ РІВНЕМ «БАКАЛАВР»

ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ

«151 АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

Затверджено на засіданні кафедри
комп'ютерно-інтегрованих
технологій та автоматизації
Протокол № 2 від 22.11.2018 р.

Дніпро ДВНЗ УДХТУ 2019

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Теорія автоматичного керування». Частина 1 «Математичне моделювання АСР» за освітнім рівнем «Бакалавр» для студентів спеціальності «151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Укл. Швачка О.І. – Д.: ДВНЗ УДХТУ, 2019. – 31 с.

Укладач О.І. Швачка, канд. техн. наук

Відповідальний за випуск О. П. Мисов, канд. техн. наук

Навчальне видання

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Теорія автоматичного керування». Частина 1 «Математичне моделювання АСР» за освітнім рівнем «Бакалавр» для студентів спеціальності «151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Укладач ШВАЧКА Олександр Іванович

Технічний редактор В.П. Синицька
Комп'ютерна верстка В.П. Синицька

Підписано до друку 13.05.19. Формат 60×84/16. Папір ксерокс. Друк різнограф.
Умов. друк. арк. 1,41. Обл.-вид. арк. 1,47. Тираж 100 прим. Зам. № 216.
Свідоцтво ДК № 5026 від 16.12.2015

ДВНЗ УДХТУ, просп. Гагаріна, 8, м. Дніпро, 5, 49005

Редакційно-видавничий відділ

ЗМІСТ

ТЕМА 1. РОБОТА СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ	4
ТЕМА 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ В ПРИСТРОЯХ І СИСТЕМАХ.....	10
ТЕМА 3. СТРУКТУРНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ	17
ТЕМА 4. ЧАСТОТНИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ.....	23
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	31

ТЕМА 1. РОБОТА СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

Автоматизація є одним з головних напрямків науково-технічного прогресу і важливим засобом підвищення ефективності виробництва. Сучасне промислове виробництво характеризується зростанням масштабів і ускладненням технологічних процесів, збільшенням потужності окремих агрегатів і установок, застосуванням інтенсивних, високошвидкісних режимів, близьких до критичних, підвищенням вимог до якості продукції, безпеки, збереження обладнання та навколишнього середовища.

Економічне, надійне і безпечне функціонування складних технічних об'єктів може бути забезпечено за допомогою лише найдосконаліших технічних засобів, розробка, виготовлення, монтаж, налагодження та експлуатація яких неможливе без знання теорії автоматичного керування.

Розглянемо основні засади та необхідність організації керування.

Алгоритм функціонування пристрою (системи) – сукупність приписів, що забезпечують правильне виконання технічного процесу в будь-якому пристрої або в сукупності пристроїв (системі). Наприклад, електрична система – сукупність пристроїв, що забезпечують єдність процесів генерування, перетворення, передачі, розподілу та споживання електричної енергії при забезпеченні низки вимог до режимних параметрах (частоті, напрузі, потужності і т.д.). Електрична система спроектована таким чином, щоб при нормальних умовах експлуатації ці вимоги виконувалися, тобто правильно виконувався технічний процес. Алгоритм функціонування системи реалізований в конструкції пристроїв (генераторів, трансформаторів, ліній електропередачі і т.д.) і в певною схемою їх з'єднання.

Однак належному функціонуванню пристрою (системи) можуть заважати зовнішні обставини (впливу). Наприклад, для електричної системи такими впливами можуть бути: зміна навантаження споживачів електричної енергії, зміна конфігурації електричної мережі в результаті перемикачів, короткі замикання, обриви проводів і т.д. Тому на пристрій (систему) доводиться надавати спеціальні впливу, спрямовані на компенсацію небажаних наслідків цих впливів і виконання алгоритму функціонування.

Об'єкт управління – пристрій (система), що здійснює технічний процес і потребує спеціально організованих впливах ззовні для здійснення його алгоритму функціонування. Об'єктами управління є, наприклад, як окремі пристрої електричної системи (турбогенератори, силові перетворювачі електричної енергії, навантаження), так і електрична система в цілому.

Алгоритм управління – сукупність приписів, що визначає характер впливів ззовні на об'єкт управління, що забезпечують його алгоритм функціонування. Прикладами алгоритмів управління є алгоритми зміни збудження синхронного генератора і витрати пара в їх турбінах з метою компенсації небажаного впливу зміни навантаження споживачів на рівні напруги в вузлових точках електричної системи і частоту цієї напруги.

Пристрій управління – пристрій, що здійснює відповідно до алгоритму управління вплив на об'єкт управління. Прикладами пристроїв управління є автоматичний регулятор збудження та автоматичний регулятор частоти обертання синхронного генератора.

Автоматична система регулювання – сукупність взаємодіючих між собою об'єкта управління і пристрою управління.

Звернемося безпосередньо до прикладів автоматичних систем.

Регулювання температури продукту в теплообміннику.

Показником ефективності регулювання є підтримання температури продукту на виході з теплообмінника на заданому рівні. У розглянутому прикладі температура продукту є вихідною регульованою координатою. Стабілізацію температури легко здійснити, використовуючи в якості вхідного регулюючого впливу витрату гарячого теплоносія $G_{гт}$ (рис. 1.1). Аналіз об'єкта показує, що усунути велику частину збурюючих впливів неможливо.

У зв'язку з цим пропонується система регулювання з відхилення температури продукту шляхом змін витрати гарячого теплоносія.

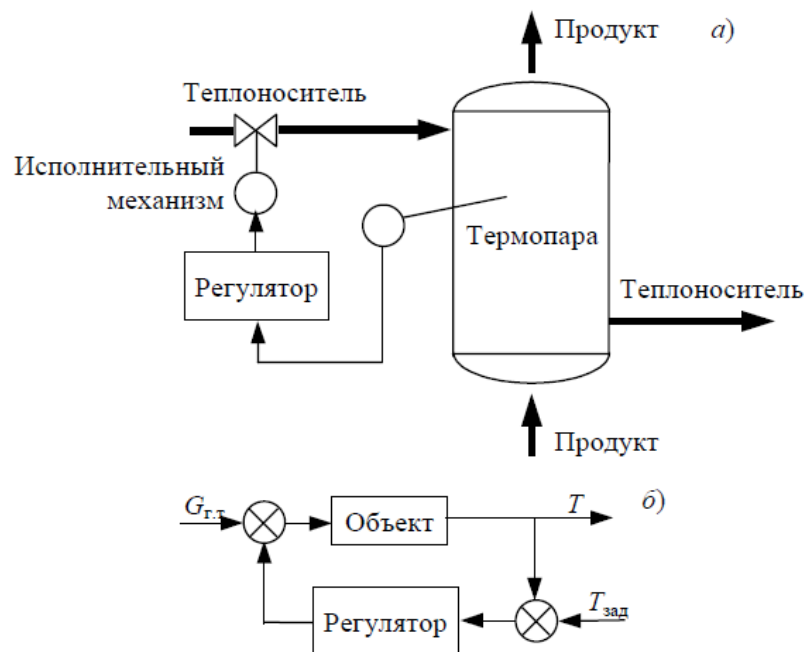


Рисунок 1.1 – Система регулювання температури продукту в теплообміннику:
а – технологічна схема; б – структурна схема

Регулювання тиску у верхній частині колони ректифікації.

У вакуумних ректифікаційних колонах тиск (розрідження) зазвичай регулюється зміною подачі повітря або інертного газу в лінію між дефлегматором і паровим (водяним) ежектором (рис. 1.2). Тут регульованою величиною є розрядження, а регулюючої – витрата повітря.

У розглянутих випадках структурні схеми систем автоматичного регулювання носять спрощений характер. У будь-якої реальної АСР можна виділити наступні складові елементи: об'єкт регулювання, чутливий елемент (наприклад, термопара), підсилювально-перетворювальний пристрій,

регулятор, виконуючий механізм (наприклад, мембранний виконуючий механізм), регулюючий орган (наприклад, заслінка).

Надалі використовуються тільки спрощені схеми, умовно відносячи датчик (чутливий елемент), перетворювач, виконуючий механізм, регулюючий орган до об'єкта.

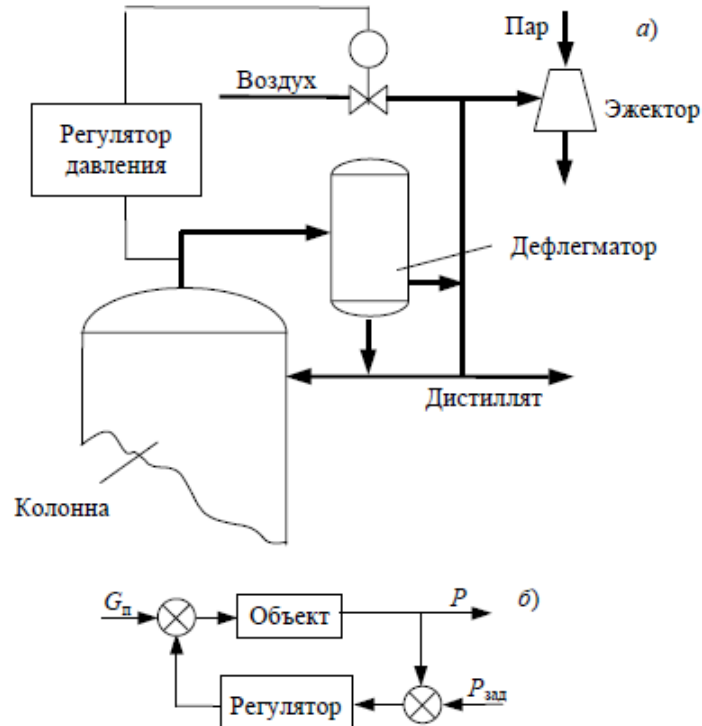


Рисунок 1.2 – Система регулювання тиску у верхній частині колони: а – технологічна схема; б – структурна схема

Повна структурна схема зображена на рис. 1.3.

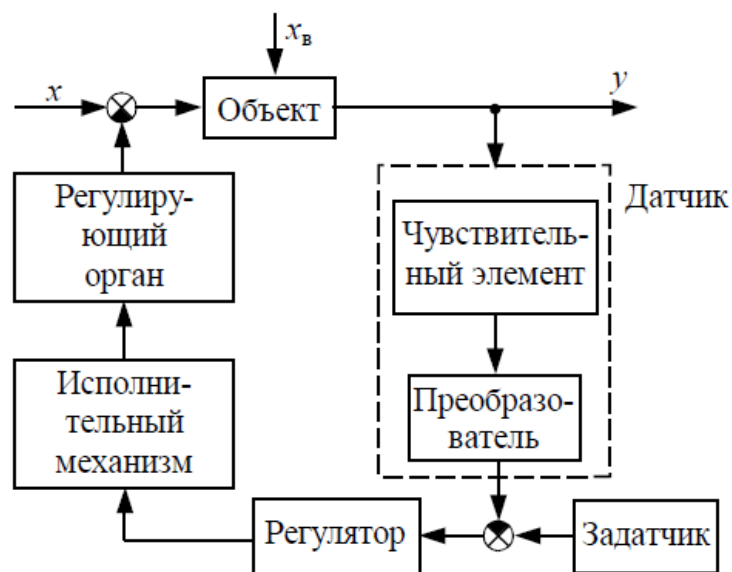


Рисунок 1.3 – Структурна схема АСР

Подібне спрощення пояснюється тим, що характеристики датчика і регулюючого органу з виконавчим механізмом, що встановлюються безпосередньо на об'єкті, не змінюються в процесі експлуатації системи і враховуються при проектуванні АСР разом з характеристиками об'єкта.

Технічна система регулювання температурою в печі (рис. 1.4).

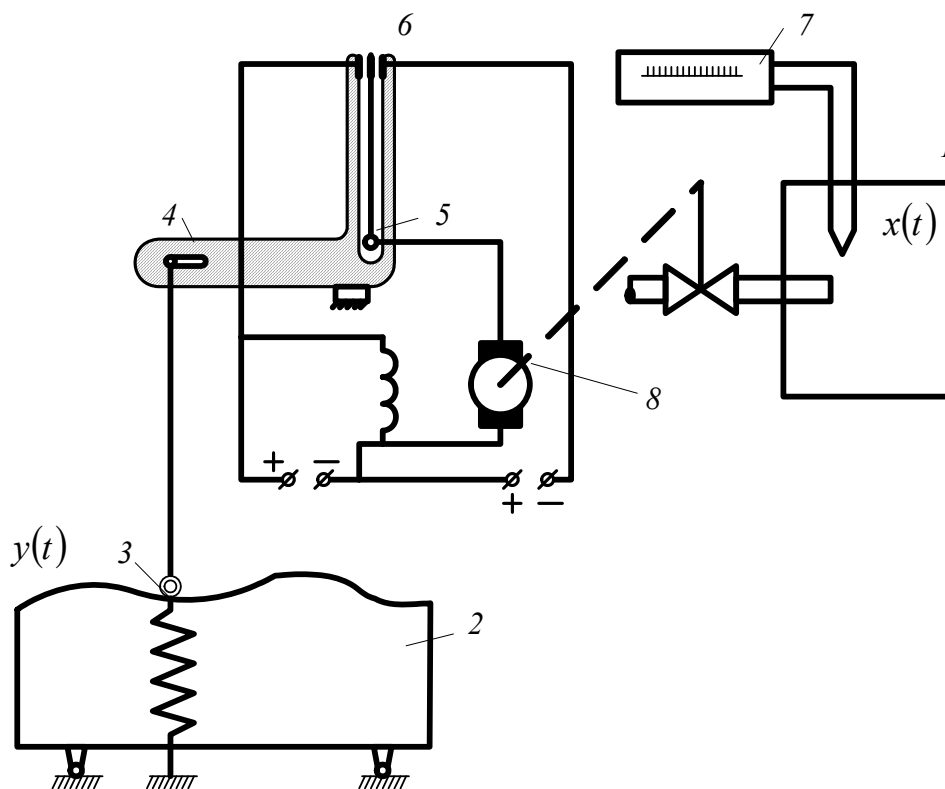


Рисунок 1.4 – Автоматична система регулювання температурою печі:
 $y(t)$ – задає вплив; $x(t)$ – керований параметр (температура)

Керований параметр – температура в печі 1 повинна змінюватися у часі згідно з заданим законом, який визначається програмним пристроєм 2, який переміщується по горизонталі. По його рельєфній поверхні котиться ролик 3, який передає переміщення важеля 4, що обертається навколо осі 5. У вертикальній прорізи важеля 4 поміщена стрілка 6, пов'язана з самопишучим потенціометром 7. Вона показує температуру та одночасно при торканні з контактом важеля 4 замикає ланцюг виконуючого двигуна 8, який відкриває або закриває вхідний клапан печі, через який надходить в піч теплоносій.

Система, що стежить, управління гарматної вежею.

У ряді випадків задаючий вплив являє собою невідому випадкову функцію. В цьому випадку АСР називають системою, що стежить. Наведемо приклад системи, в якій гарматна вежа 1 відстежує випадкове положення задатчика 2 (рис. 1.5).

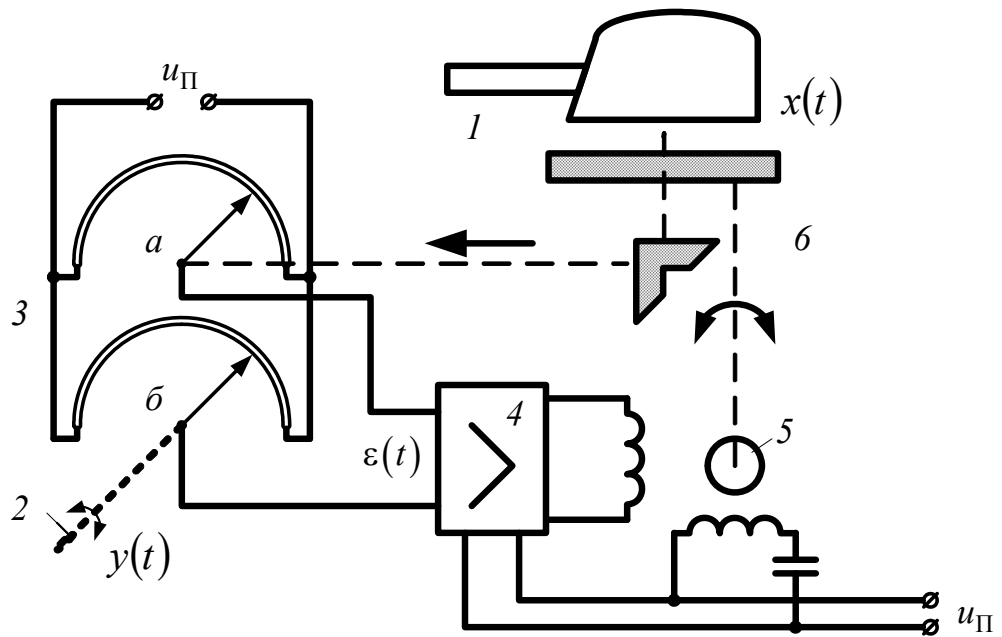


Рисунок 1.5 – Система що стежить управління гарматної вежею

При зміні положення задатчика 2 виникає неузгодженість моста 3. Напряга з діагоналі моста надходить на підсилювач 4, який за допомогою електродвигуна 5 і редуктора 6 керує положенням вежі і пов'язаним з нею – движком а реостата 3. Коли движок а реостата 3 займає однакове положення з движком б реостата-задатчика 2, сигнал неузгодженості і система, що стежить, приходить в сталий стан.

Система автоматичного регулювання рівнем рідини.

Рівень рідини $h(t)$ залежить від різниці двох величин – притоку G_{Π} і витрати $G_{\text{р}}$. Якщо $G_{\Pi} > G_{\text{р}}$, то рівень зростає, і навпаки, при $G_{\Pi} < G_{\text{р}}$ – $h(t)$ зменшується (рис. 1.6).

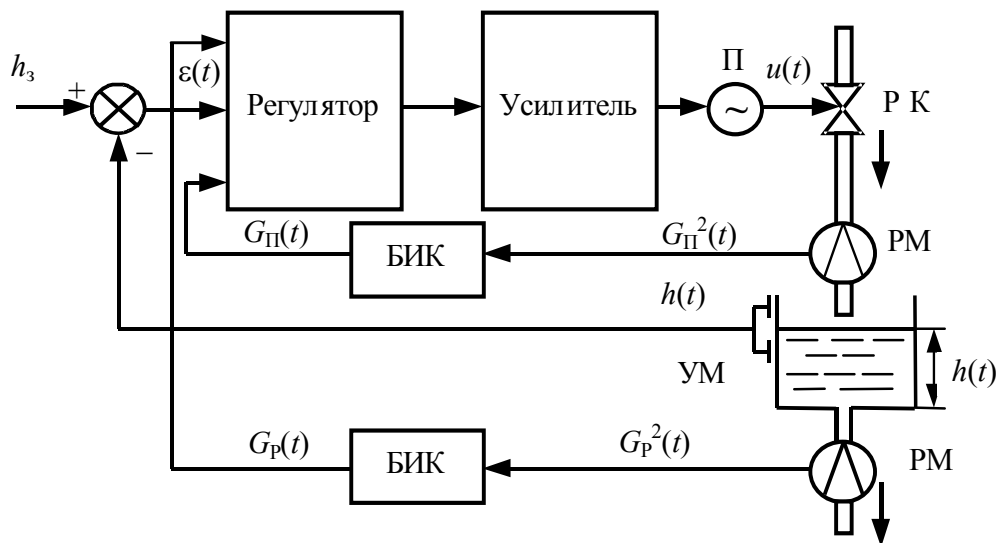


Рисунок 1.6 – Принципова схема системи регулювання рівня рідини:
 П – привід; РК – регульований клапан; РМ – витратомір;
 УМ – рівнемір; БИК – блок добування кореня

Величину притоку G_{Π} можна міняти за допомогою регулюючого клапана РК, який управляється електроприводом П. Сигнал, відповідний дійсному рівню $h(t)$, вимірюється рівнеміром (УМ) і порівнюється з належним рівнем h_3 (уставки). Залежно від величини і знака неузгодженості $\varepsilon(t)$ регулятор за допомогою електроприводу збільшує, якщо $\varepsilon > 0$, або зменшує, якщо $\varepsilon < 0$, приплив рідини G_{Π} , підтримуючи рівність між G_{Π} та G_{Γ} і при заданому рівні h_3 . Зміни витрат G_{Γ} порушує баланс в схемі. Тому G_{Γ} є збурюючим сигналом. Для підвищення точності регулювання поряд з $\varepsilon(t)$ використовується сигнали G_{Π} та G_{Γ} , які породжують місцевий зворотний зв'язок. При використанні G_{Γ} має місце так зване комбіноване регулювання щодо відхилення та обурення.

Вихідний сигнал деяких витратомірів пропорційний квадрату витрати рідини (рис. 1.7). Тому ланцюги вимірювання витрат містять блоки вилучення кореня (БК).

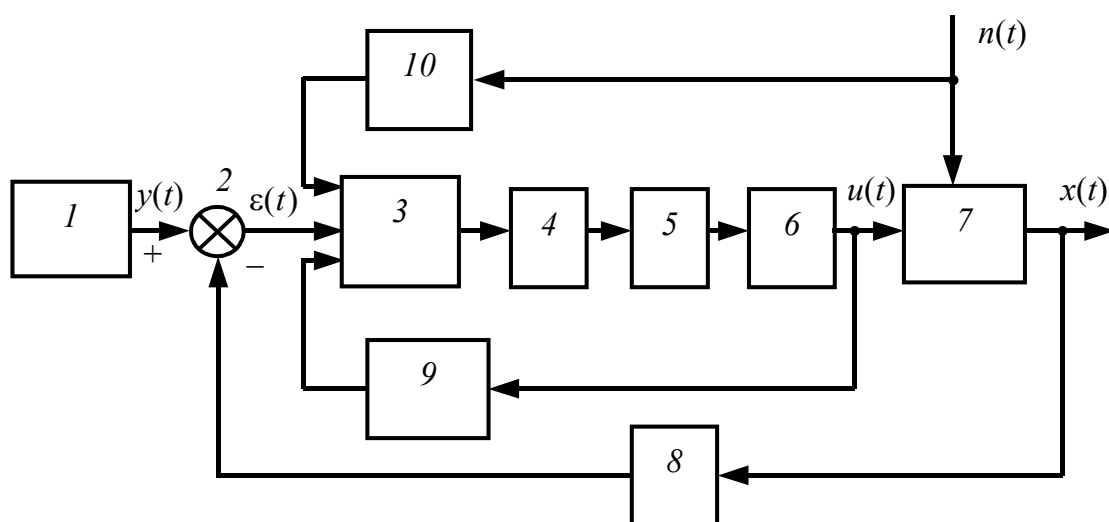


Рисунок 1.7 – Функціональна схема АСР рівнем рідини:
 1 – пристрій, що задає; 2 – пристрій що порівнює; 3 – регулятор;
 4 – підсилювач потужності; 5 – привід; 6 – регулюючий орган (клапан);
 7 – об'єкт управління; 8 – рівнемір; 9, 10 – лінійні витратоміри

Скористаємося стандартними позначеннями: $y(t) = h_3$ – вхід системи (заданий вплив), $x(t) = h(t)$ – вихід системи (рівень рідини), $n(t) = G_{\Pi}(t)$ – збурення (витрата рідини).

ТЕМА 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ В ПРИСТРОЯХ І СИСТЕМАХ

Для АСР використовуються наступні математичні методи опису:

- статичні характеристики;
- динамічні характеристики;
- диференційне рівняння;
- передаточні функції;
- частотні характеристики.

У кожній із цих моделей система може бути наведена у вигляді ланки, що має вхідні впливу X , обурення F і вихідні впливу Y . Під дією цих впливів вихідна величина може змінюватися. При цьому під час вступу на вхід системи нового завдання вона повинна забезпечити із заданим ступенем точності нове значення регульованої величини в сталому режимі. Сталий режим – це режим, при якому розбіжність між істинним значенням регульованої величини та її заданим значенням буде постійним у часі.

Статичні характеристики.

Статичною характеристикою елемента називається залежність сталих значень вихідної величини від значення величини на вході системи:

$$y_{уст} = \varphi(x).$$

Статичну характеристику часто зображують графічно (рис. 2.1).

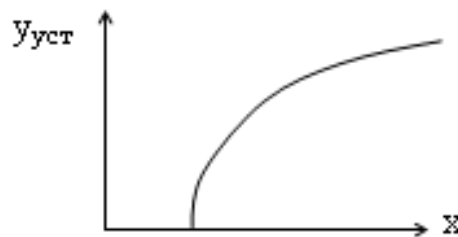


Рисунок 2.1 – Статична характеристика АСР

Статичним називається елемент, у якого при постійній вхідній дії з часом встановлюється постійна вихідна величина. Наприклад, при подачі на вхід нагрівача різних значень напруги він буде нагріватися до відповідних цій напрузі значень температури.

Астатичним називається елемент, у якого при постійній вхідній дії сигнал на виході безперервно росте з постійною швидкістю, прискоренням.

Лінійним статичним елементом називається безінерційний елемент, що має лінійну статичну характеристику:

$$y_{уст} = K \cdot x + a_0.$$

Статична характеристика має вигляд прямої з коефіцієнтом нахилу K .

Лінійні статичні характеристики, на відміну від нелінійних, зручніші для вивчення завдяки своїй простоті. Якщо модель об'єкта нелінійна, то зазвичай її перетворюють до лінійного вигляду шляхом лінеаризації.

АСР називається статичною, якщо при постійній вхідній дії помилка управління не прагне до постійного значення, що залежить від впливу.

АСР називається астатичними, якщо при постійній вхідній дії помилка управління прагне до нуля незалежно від величини впливу.

Динамічні характеристики.

Перехід системи від одного сталого режиму до іншого при будь-яких вхідних впливах називається перехідним процесом. Перехідні процеси можуть зображуватися графічно у вигляді кривої $y(t)$ (рис. 2.2).

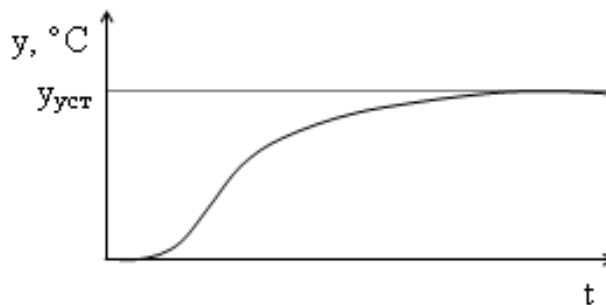


Рисунок 2.2 – Динамічна характеристика АСР

Перехідний процес характеризує динамічні властивості системи. Оскільки вхідні дії можуть змінюватися в часі, то і перехідні характеристики будуть кожного разу різні. Для простоти аналізу систем вхідні дії приводять до одного з типових видів (рис. 2.3).

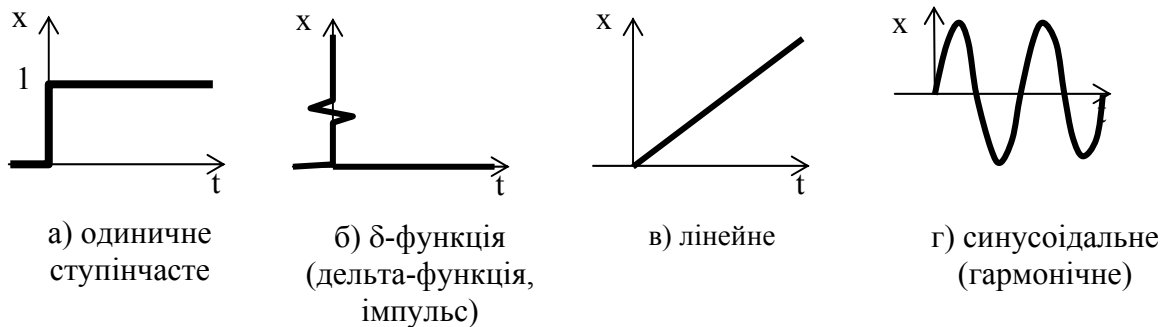


Рисунок 2.3 – Види характеристик вхідного впливу АСР

Залежно від виду вхідного впливу функція $y(t)$ може мати різне позначення:

Перехідною характеристикою $h(t)$ називається реакція об'єкта на одиничний ступінчастий вплив при нульових початкових умовах, тобто при $x(0) = 0$ і $y(0) = 0$.

Імпульсною характеристикою $\omega(t)$ називається реакція об'єкта на δ -функцію при нульових початкових умовах.

Частотної характеристикою (АФХ) називається залежність амплітуди і фази вихідного сигналу системи в сталому режимі при додатку на вході гармонійного впливу. При подачі на вхід об'єкта синусоїдального сигналу на виході, як правило, в сталому режимі виходить також синусоїдальний сигнал, але з іншою амплітудою і фазою:

$$y = A_{\text{вих}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

де $A_{\text{вих}}$ – амплітуда; ω – частота сигналу; φ – фаза.

Диференційні рівняння. Лінеаризація.

Відомо, що будь-який рух, процеси передачі, обміну, перетворення енергії і речовини математично можна описати у вигляді диференціальних рівнянь (ДУ). Будь-які процеси в АСР також прийнято описувати диференціальними рівняннями, які визначають сутність що відбуваються в системі процесів незалежно від її конструкції і т.д. Вирішивши ДУ, можна знайти характер зміни регульованої змінної в перехідних і сталих режимах при різних впливах на систему.

Для спрощення задачі знаходження ДУ, що описує роботу АСР в цілому, систему розбивають на її окремі елементи, перехідні процеси в яких описуються досить простими ДУ. Так як ДУ описують роботу системи незалежно від фізичної сутності протікають в ній процесів, то при розбитті системи немає необхідності враховувати їх фізичну цілісність. Для кожного елемента структурної схеми необхідно скласти ДУ, що визначає залежність зміни вихідної величини від вхідних. Так як вихідна величина попереднього елемента є вхідний для подальшого, то, визначивши ДУ окремих елементів, можна знайти ДУ системи.

Однак, такий метод можна застосовувати тільки в окремих випадках. Справа в тому, що в більшості випадків реальних елементів системи зв'язок між вхідний і вихідний величинами є нелінійною і часто задається в графічній формі. Тому, навіть якщо ДУ системи і буде отримано, воно буде нелінійним. А аналітичне рішення нелінійних ДУ можливо далеко не завжди.

Для вирішення цієї проблеми враховують, що в процесі регулювання відхилення всіх змінюються величин від їх усталених значень малі, і тому можлива заміна нелінійних ДУ наближеними лінійними ДУ, тобто можлива лінеаризація диференціальних рівнянь.

Розглянемо сутність процесу лінеаризації на прикладі залежності температури об'єкта від напруги, що подається в більшості випадків нелінійна і має вигляд, наведений на рис. 2.4.

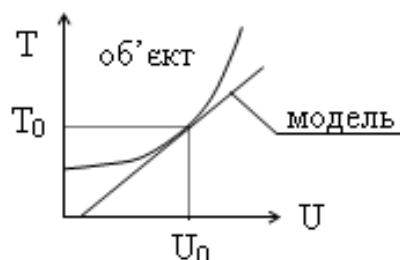


Рисунок 2.4 – Графічна лінеаризація системи

Графічно лінеаризацію деякого рівняння від двох змінних $F(x, y) = 0$ в околиці деякої точки (x_0, y_0) можна уявити як заміну розглянутої ділянки кривої на дотичну, рівняння якої визначається за формулою:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y = 0,$$

де $\frac{\partial F}{\partial x}$ та $\frac{\partial F}{\partial y}$ – приватні похідні від F по x і y .

Дане рівняння називається рівнянням в приростах, оскільки значення x і y тут замінені на збільшення $\Delta x = x - x_0$ та $\Delta y = y - y_0$.

Лінеаризація ДУ відбувається аналогічно, відмінність полягає тільки в тому, що необхідно шукати приватні похідні по похідним ($\frac{\partial F}{\partial x'}$, $\frac{\partial F}{\partial x''}$, $\frac{\partial F}{\partial x'''}$ і т.д.).

Приклад. Лінеаризація нелінійного ДУ:

$$3xy - 4x^2 + 1,5y = 5 + y.$$

Дане ДУ є нелінійним через наявність добутку змінних x і y . Лінеаризуємо його в околиці точки з координатами $x_0 = 1$, $x'_0 = 0$, $y'_i = 0$. Для визначення відсутньої початкової умови y_0 підставимо дані значення в ДУ:

$$3y_0 - 4 + 0 = 0 + y_0 \text{ звідки } y_0 = 2.$$

Введемо в розгляд функцію:

$$F = 3xy - 4x^2 + 1,5x'y - 5y' - y$$

і визначимо всі її похідні при заданих початкових умовах:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_0 = (3y - 8x)|_0 = 3 \cdot 2 - 8 \cdot 1 = -2,$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_0 = (3x + 1,5x' - 1)|_0 = 3 \cdot 1 + 1,5 \cdot 0 - 1 = 2,$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x'} \right|_0 = (1,5y)|_0 = 1,5 \cdot 2 = 3,$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial y'} \right|_0 = -5.$$

Використовуючи отримані коефіцієнти, можна записати лінійне ДУ:

$$-5 \Delta y' + 2 \Delta y + 3 \Delta x' - 2 \Delta x = 0.$$

Перетворення Лапласа.

Дослідження АСР істотно спрощується при використанні прикладних математичних методів операційного числення. Системи описується ДУ:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x,$$

де x і y – вхідна і вихідна величини.

Якщо в дане рівняння замість $x(t)$ і $y(t)$ підставити функції $X(s)$ і $Y(s)$ комплексного змінного (s) такі, що виконуються рівняння:

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt \quad \text{та} \quad Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt,$$

то ДУ при нульових початкових умовах відповідає лінійному рівнянню:

$$a_2 s^2 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_1 X(s) + b_0 X(s).$$

Такий перехід від ДУ до рівнянню алгебри називається перетворенням Лапласа, відповідно, функції $X(s)$ і $Y(s)$ – перетворення Лапласа, а отримане рівняння – операторних рівнянням. Нові функції $X(s)$ і $Y(s)$ називаються зображеннями $x(t)$ і $y(t)$ по Лапласа, тоді як $x(t)$ і $y(t)$ є оригіналами відносно до $X(s)$ і $Y(s)$.

Перехід від однієї моделі до іншої досить простий і полягає в заміні знаків диференціалів $\frac{d^n}{dt^n}$ на оператори s^n , знаків інтегралів $\int \dots dt$ на множники $\frac{1}{s}$, а самих $x(t)$ і $y(t)$ – зображеннями $X(s)$ і $Y(s)$.

Для зворотного переходу від операторного рівняння до функцій від часу використовується метод зворотного перетворення Лапласа:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

де $f(t)$ – оригінал; $F(j\omega)$ – зображення при $s = j\omega$; j – уявна одиниця; ω – частота.

Ця формула досить складна, тому були розроблені спеціальні таблиці, в які зведені найбільш часто зустрічаються функції $F(s)$ та їх оригінали $f(t)$.

Приклад. Рішення ДУ з використанням перетворень Лапласа:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 6y = 2\frac{dx}{dt} + 12x.$$

Припустимо, вхідний сигнал має форму одиничного ступеневого впливу, тобто $x(t) = 1$. Тоді зображення вхідного сигналу $X(s) = \frac{1}{s}$.

Виконуємо перетворення вихідного ДУ по Лапласа і підставляємо $X(s)$:

$$s^2Y + 5sY + 6Y = 2sX + 12X,$$

$$s^2Y + 5sY + 6Y = 2s\frac{1}{s} + 12\frac{1}{s},$$

$$Y(s^3 + 5s^2 + 6s) = 2s + 12.$$

Визначається вираз для Y :

$$Y = \frac{2s + 12}{s^3 + 5s^2 + 6s}.$$

Оригінал отриманої функції відсутній в таблиці оригіналів і зображень. Для вирішення завдання його пошуку дріб розбивається на суму простих дробів з урахуванням того, що знаменник може бути представлений у вигляді $s(s + 2)(s + 3)$:

$$\begin{aligned} Y &= \frac{2s + 12}{s^3 + 5s^2 + 6s} = \frac{2s + 12}{s(s + 2)(s + 3)} = \frac{M_1}{s} + \frac{M_2}{s + 2} + \frac{M_3}{s + 3} = \\ &= \frac{(M_1 + M_2 + M_3)s^2 + (5M_1 + 3M_2 + 2M_3)s + 6M_1}{s(s + 2)(s + 3)}. \end{aligned}$$

Порівнюючи отриману дріб з вихідною, можна скласти систему з трьох рівнянь з трьома невідомими:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 + M_2 + M_3 = 0 \\ 5M_1 + 3M_2 + 2M_3 = 2 \\ 6M_1 = 12 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_1 = 2 \\ M_2 = -4 \\ M_3 = 2 \end{array} \right.$$

Отже, дріб можна надати як суму трьох дробів:

$$Y = \frac{2s + 12}{s^3 + 5s^2 + 6s} = \frac{2}{s} - \frac{4}{s + 2} + \frac{2}{s + 3}.$$

Використовуючи табличні функції, визначається оригінал:

$$y(t) = 2 - 4e^{-2t} + 2e^{-3t}.$$

Передаточні функції.

Перетворення ДУ по Лапласа дає можливість ввести зручне поняття передаточної функції, що характеризує динамічні властивості системи.

Наприклад, операторне рівняння:

$$3s^2Y(s) + 4sY(s) + Y(s) = 2sX(s) + 4X(s)$$

можна перетворити, винісши $X(s)$ і $Y(s)$ за дужки і поділивши один на одного:

$$Y(s) \cdot (3s^2 + 4s + 1) = X(s) \cdot (2s + 4),$$

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2s + 4}{3s^2 + 4s + 1}.$$

Отриманий вираз називається функцією передачі.

Передаточною функцією називається відношення зображення вихідної дії $Y(s)$ до зображення вхідної $X(s)$ при нульових початкових умовах.

Передаточна функція є дрібно-раціональною функцією комплексної змінної:

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n},$$

де $B(s) = b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m$ – поліном чисельника,

$A(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n$ – поліном знаменника.

Передаточна функція має порядок, який визначається порядком полінома знаменника (n).

Зображення вихідного сигналу можна знайти як:

$$Y(s) = W(s) \cdot X(s).$$

Так як передаточна функція системи повністю визначає її динамічні властивості, то первинне завдання розрахунку АСР зводиться до визначення її передаточної функції.

ТЕМА 3. СТРУКТУРНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

Структурною схемою автоматичної системи називається умовне графічне зображення її елементів (ланок) і зв'язків між ними з визначенням перетворень сигналів за допомогою передаточних функцій цих елементів. При аналізі структурних схем враховуються лише інформаційні аспекти, в першу чергу напрямки передачі сигналів. На структурних схемах крім динамічних ланок з фіксованими виходами та входами, зображуються також суматори або елементи порівняння кількох сигналів та вузли (точки розгалуження сигналів). В задачах аналізу та синтезу АСР структурні схеми приводять до зручного виду за рахунок перетворень, для чого існують певні правила. В основі цих перетворень лежить фундаментальне правило : вихід елемента – відображення входу за допомогою передаточної функції, тобто:

$$x(p) = W(p) * U(p).$$

В структурних схемах зустрічаються типові з'єднання, для яких відомі вирази еквівалентних передаточних функцій. При послідовному з'єднанні елементів (рис. 3.1.) вихідного попереднього є входом наступного і сигнал передається в одному напрямі.

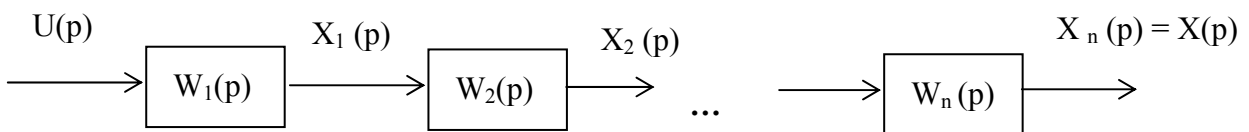


Рисунок 3.1 – Послідовне з'єднання елементів

Еквівалентна передаточна функція має вигляд:

$$X_1(p) = W_1(p) * U(p),$$

$$X_2(p) = X_1(p) * W_2(p) = W_1(p) * W_2(p) * U(p),$$

$$X_n(p) = X(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) * U(p),$$

$$W_{екв}(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \prod_{i=1}^n W_i(p).$$

Таким чином, для послідовного з'єднання елементів еквівалентна передаточна функція – добуток передаточних функцій цих елементів. При дослідженні статичного режиму загальний коефіцієнт передачі також є добутком коефіцієнтів передачі окремих елементів:

$$K_{екв} = \prod_{i=1}^n K_i.$$

При цьому необхідно враховувати, що розмірність $K_{екв}$ – добуток розмірностей K_i , які визначаються в точках обраного режиму роботи.

При паралельному з'єднанні (рис. 3.2) вхідний сигнал надходить одночасно на всі елементи, а вихід системи – сума виходів елементів.

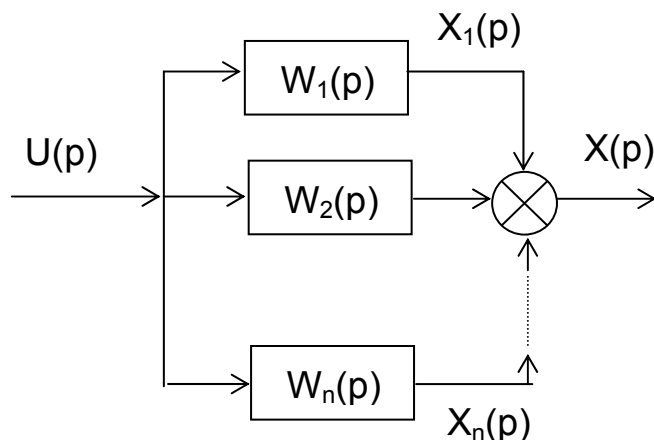


Рисунок 3.2 – Паралельне з'єднання елементів

Для такого з'єднання справедливі залежності:

$$W_{екв}(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

В даному випадку еквівалентна передаточна функція – сума передаточних функцій елементів, але додавання сигналів в певній точці можливе за умови, що вони мають одну розмірність.

В автоматичних системах найбільш характерним з'єднанням елементів є зустрічно-паралельне, тобто при наявності зворотного зв'язку (рис. 3.3).

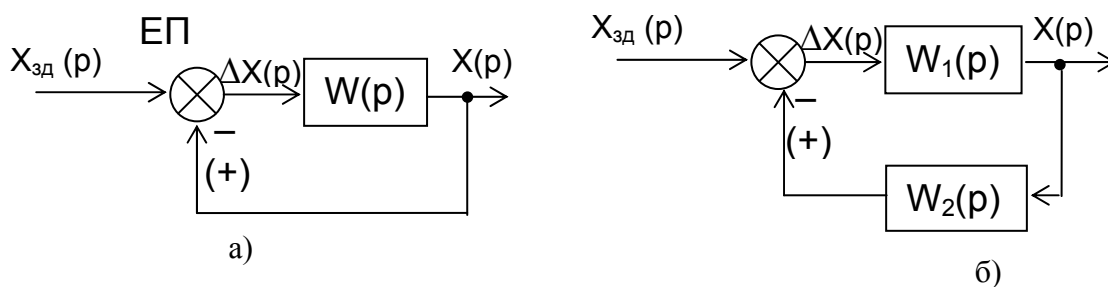


Рисунок 3.3 – Зустрічно-паралельне з'єднання елементів.

а – з одиничним зворотнім зв'язком; б – з елементом в ланцюзі зворотного зв'язку

За знаком зворотній зв'язок може бути від'ємним або додатнім, що показано на вході елемента порівняння ЕП. Для схеми з одиничним зворотнім зв'язком (рис. 3.3,а) справедливі залежності:

$$\begin{aligned} X(p) &= W(p) \cdot \Delta X(p) \\ \Delta X(p) &= X_{зд}(p) \mp X(p) \\ X(p) &= W(p) \cdot (X_{зд}(p) \mp X(p)). \end{aligned}$$

Перенесемо в ліву частину $X(p)$ (знак при цьому зміниться):

$$(1 \pm W(p)) \cdot X(p) = W(p) \cdot X_{30}(p),$$

$$W_{екв}(p) = \frac{X(p)}{X_{30}(p)} = \frac{W(p)}{1 \pm W(p)}.$$

Необхідно звернути увагу на те, що знак “+” відповідає від’ємному зворотному зв’язку. Якщо в зворотному зв’язку є також елемент з передаточною функцією $W_2(p)$ (рис. 3.3,б), то це необхідно врахувати у виразі для $\Delta X(p)$:

$$\Delta X(p) = X_{30}(p) \mp W_2(p) \cdot X(p),$$

$$W_{екв}(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

На основі аналізу наведених прикладів можна сформулювати таке правило : при з’єднанні елементів, де використовується зворотній зв’язок, еквівалентна передаточна функція завжди є дробом, в чисельнику якого передаточна функція прямої ланки, а знаменник – одиниця “±” добуток передаточних функцій прямої ланки та зворотного зв’язку, причому знак “+” відповідає від’ємному зворотному зв’язку.

Якщо в складі системи немає інтегральних ланок, то в статистиці загальний коефіцієнт передачі визначається виразом :

$$K_{екв}(p) \Big|_{p=0} = \frac{K_n}{1 \pm K_n \cdot K_{33}},$$

де K_n , K_{33} – відповідно коефіцієнти передачі прямої ланки та зворотного зв’язку. Розмірність $K_{екв}$ відповідає розмірності K_n , а добуток ($K_n \cdot K_{33}$) завжди безрозмірний.

При необхідності проводять перетворення структурних схем, приводять їх до необхідного виду за рахунок тотожних змінювань. Це значить, що початкова і кінцева структурні схеми повинні бути тотожними щодо перетворень сигналів. Таких перетворень може бути необмежена кількість, тому тут наводяться лише деякі загальні правила.

Перенесення суматора назад чи вперед потребує введення додаткової передаточної функції (показана подвійними лініями) для того, щоб початкова та кінцева схеми були тотожними (рис. 3.4).

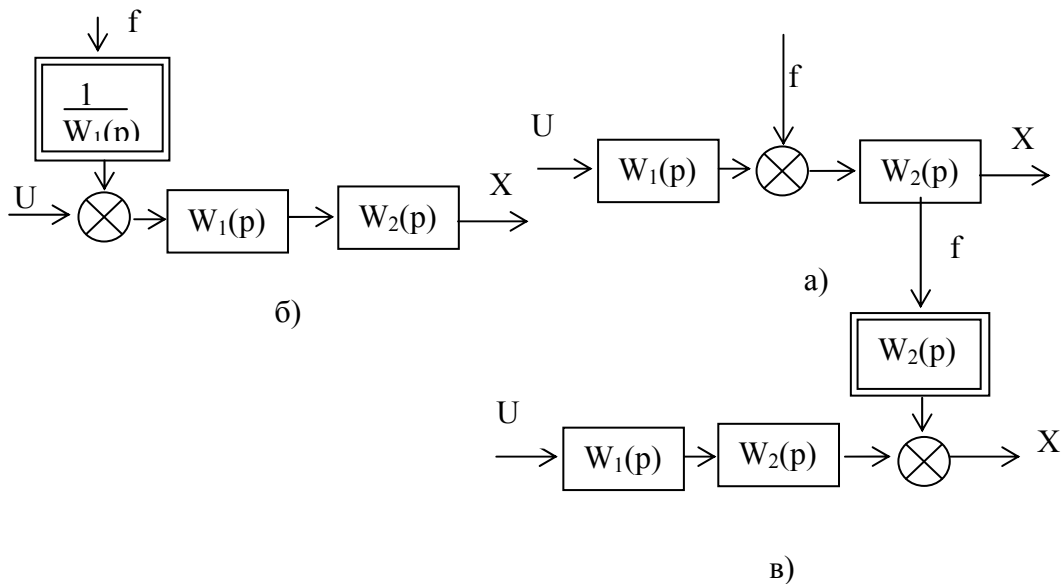


Рисунок 3.4 – Перенесення суматора:

а – початкова схема, б – перенесення суматора назад, в – перенесення суматора вперед

При перенесеннях, показаних на (рис. 3.4,б,в) необхідно зберегти проходження сигналу (f) лише через передаточну функцію $W_2(p)$, тобто введення додаткових передаточних функцій дає :

– для схеми б):

$$\frac{1}{W_1(p)} \cdot W_1(p) \cdot W_2(p) = W_2(p);$$

– для схеми в):

$$W_2(p).$$

Ці перетворення стосуються лише сигналу f.

Перенесення точки (вузла) потребують змінювань структурної схеми, які зрозумілі з рис. 3.5.

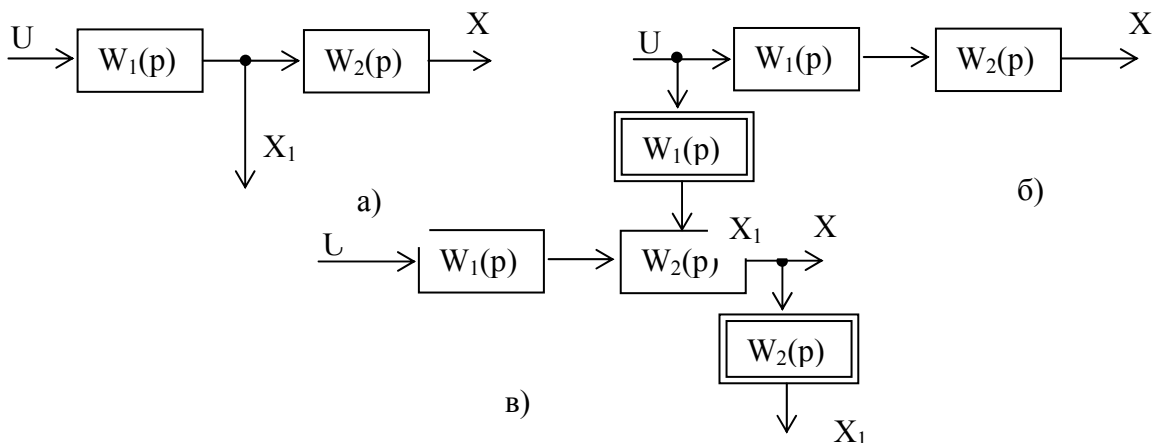


Рисунок 3.5 – Перенесення точки (вузла):

а) – початкова схема; б) – перенесення назад; в) – перенесення вперед

В більш складних структурних схемах часто доводиться проводити їх спрощення за рахунок усунення:

- прямих перехресних зв'язків;
- зворотних перехресних зв'язків;
- прямих і зворотних перехресних зв'язків.

Відповідні перетворення наведені на рис. 3.6–3.8, в результаті отримують структурну схему та відповідні еквівалентні передаточні функції. При перетвореннях структурних схем використовувались правила перенесення точок і суматорів, а також отримання еквівалентних передаточних функцій для типових схем з'єднань елементів.

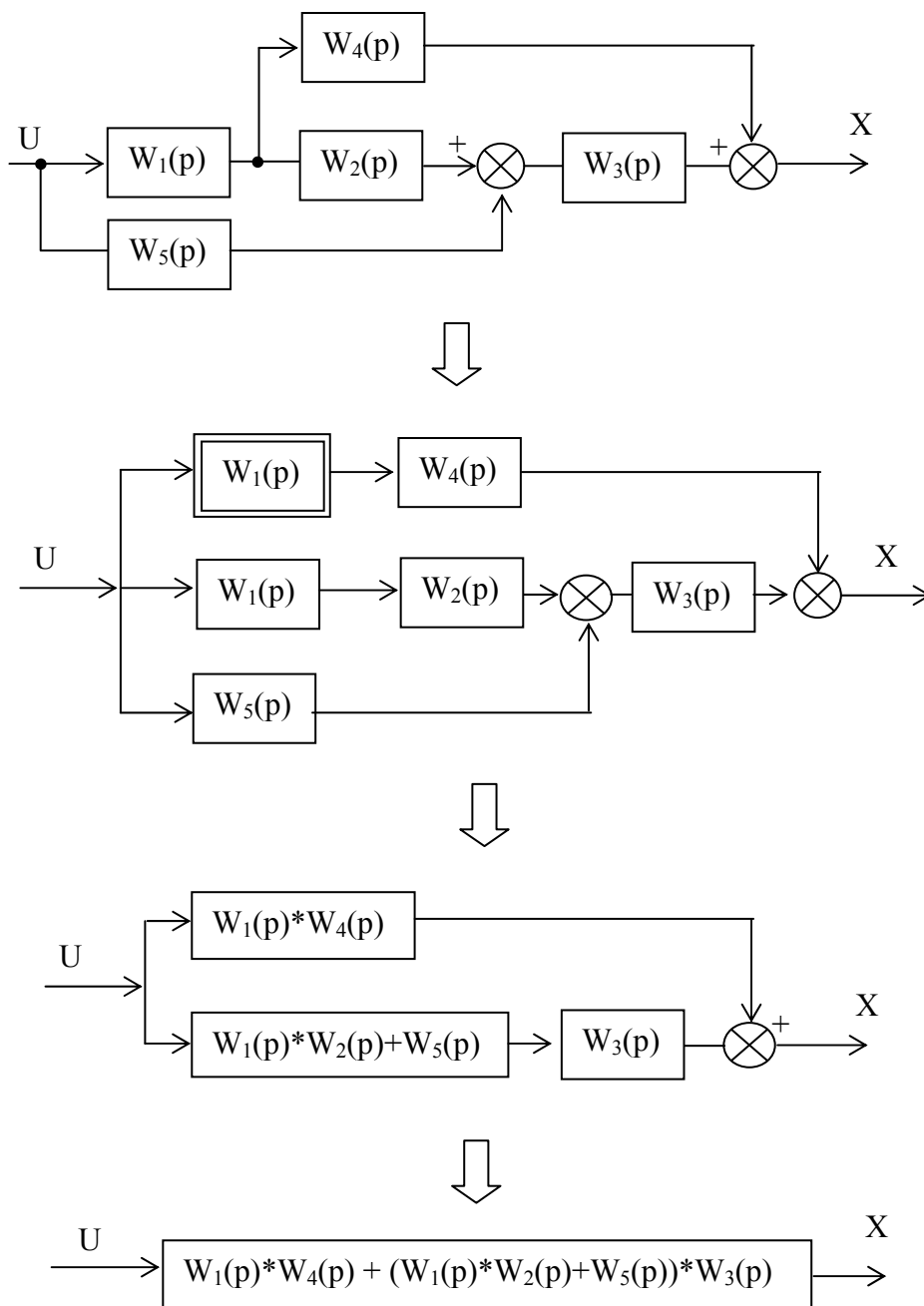


Рисунок 3.6 – Усунення прямих перехресних зв'язків

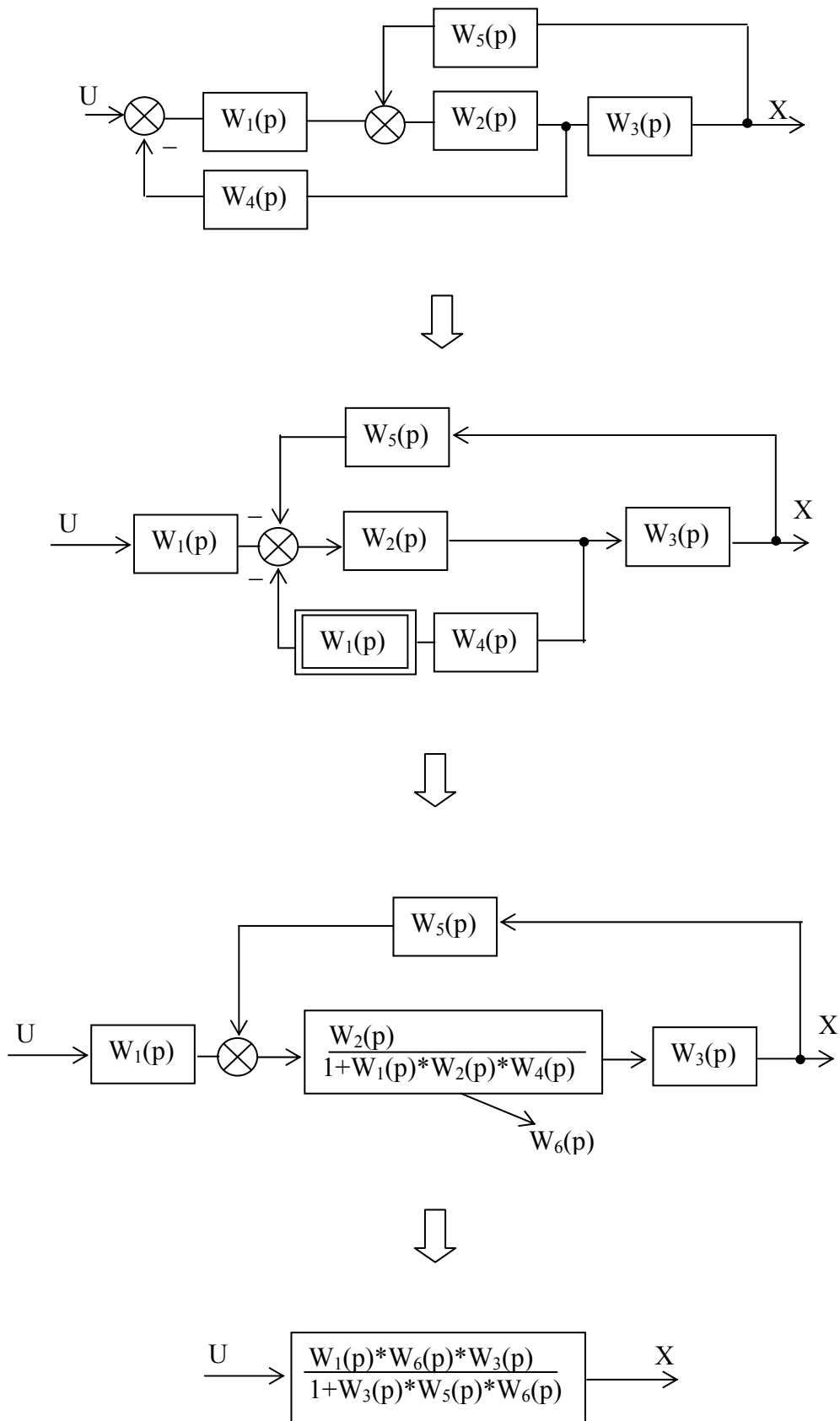
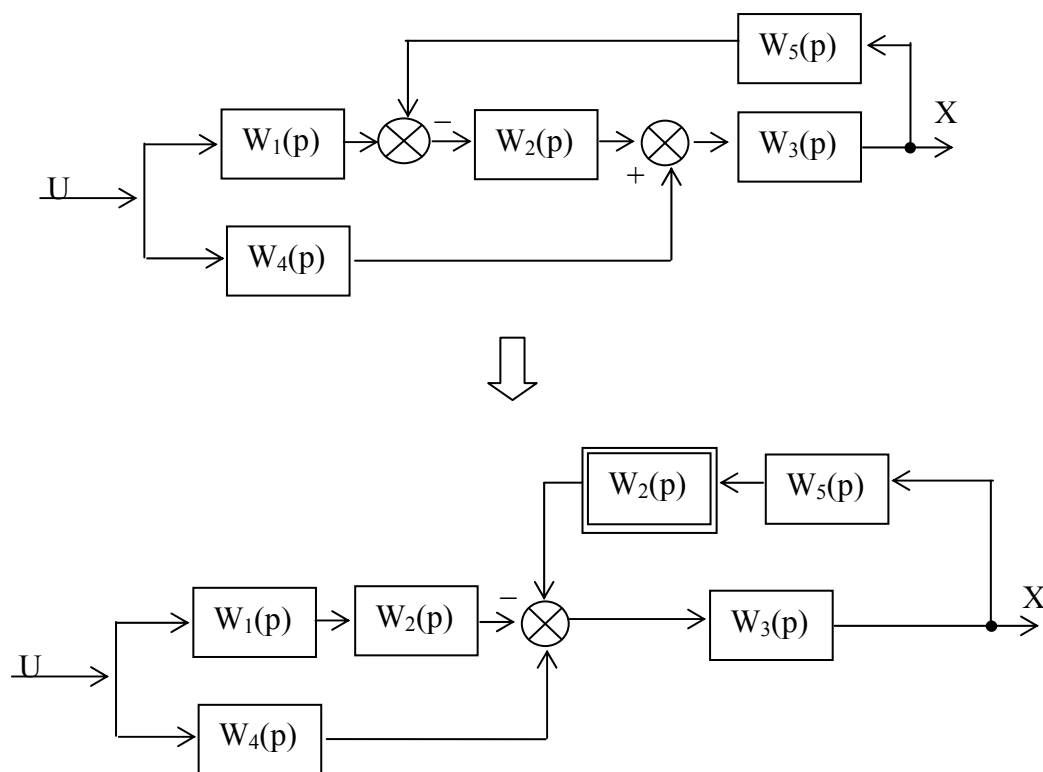


Рисунок 3.7 – Усунення зворотних перехресних зв'язків



$$W_{екв}(p) = \frac{(W_1(p) \cdot W_2(p) + W_4(p)) \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}$$

Рисунок 3.8 – Усунення перехресних прямих і зворотних зв'язків

ТЕМА 4. ЧАСТОТНИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ

При розгляді частотних характеристик вважаємо, що на вході системи діє гармонійний сигнал з амплітудою і частотою:

$$x_{ex}(t) = A_{ex} \cdot \sin \omega t$$

Після закінчення перехідного процесу на виході лінійної системи будуть існувати гармонійні коливання з тієї ж частотою, що і у вхідного сигналу, але в загальному випадку відрізняються від нього за амплітудою і фазою, тобто в сталому режимі вихідна величина ланки дорівнює:

$$x_{вх}(t) = A_{вх} \cdot \sin (\omega t + \varphi)$$

де $A_{вх}$ – амплітуда сталих вихідних коливань; φ – фазовий зсув між вхідними та вихідними синусоїдальними коливаннями.

При зміні частоти ω змінюється, як співвідношення між амплітудами вхідних і вихідних коливань, так і фазовий зсув φ між ними. При цьому залежність від частоти відносини амплітуд називається амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ):

$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}}.$$

Залежність величини фазового зсуву від частоти $\varphi(\omega)$ називається фазочастотною характеристикою (ФЧХ).

Визначивши амплітудно- і фазочастотну характеристики системи, наприклад, отримавши їх експериментально, можна побудувати ще одну частотну характеристику – амплітудно-фазову (АФЧХ).

Амплітудно-фазову характеристику, використовуючи $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ в якості полярних координат, будують на комплексній площині за такими правилами. Задаються значенням частоти ω_i , для якого за графіком ФЧХ визначають величину фазового зсуву $\varphi(\omega_i)$, а за графіком АЧХ – величину $A(\omega_i)$.

З початку координат комплексної площині проводиться промінь під кутом $\varphi(\omega_i)$ до позитивної дійсної півосі. Кут відкладається проти годинникової стрілки, якщо $\varphi(\omega_i) > 0$, тобто коли вихідний гармонійний сигнал випереджає вхідний, і в протилежному напрямку, якщо $\varphi(\omega_i) < 0$. З початку координат по цьому променю відкладається відрізок, довжина якого в обраному масштабі дорівнює $A(\omega_i)$ (рис. 4.1, в).

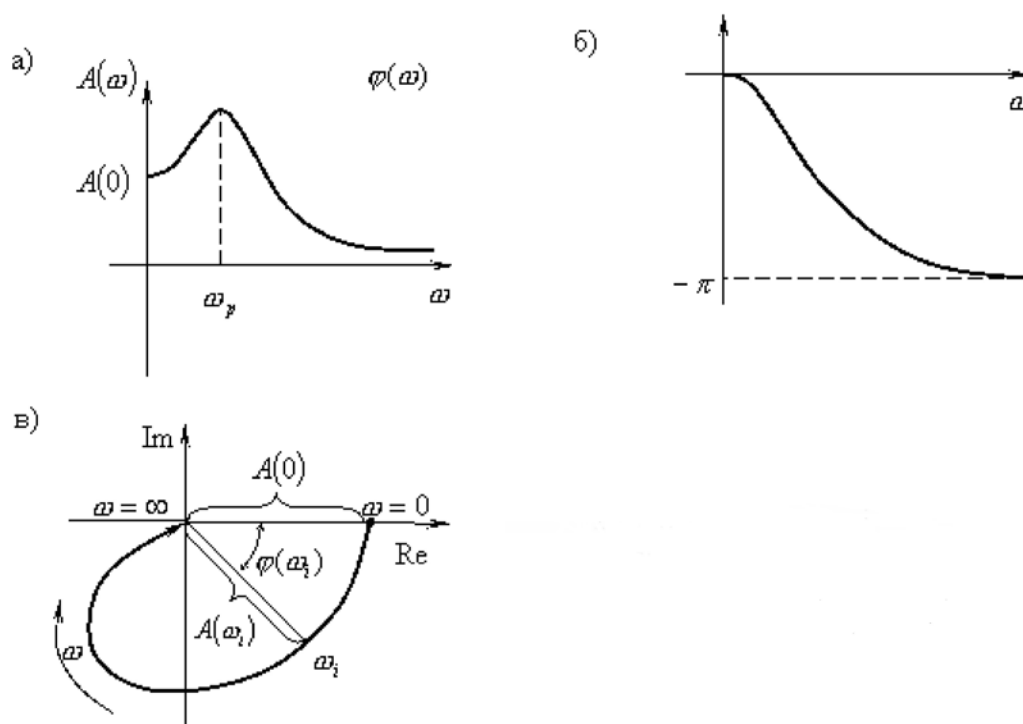


Рисунок 4.1 – Приблизний вигляд частотних характеристик:
 а) – амплітудно-частотна; б) – фазочастотна; в) амплітудно-фазова

Кожна точка амплітудно-фазової частотної характеристики відповідає певному значенню частоти. Значення для кінцевої кількості точок характеристики наносяться уздовж характеристики і вказують напрям зростання частоти ω .

Очевидно, що можливо і рішення оберненої задачі: по годографу амплітудно-фазову частотну характеристику можна побудувати характеристики $A(\omega)$ і $\varphi(\omega)$. На рис. 4.1 наведено приблизний вигляд цих характеристик для інерційної системи. В силу інерційності амплітудна частотна характеристика в міру збільшення частоти в кінці кінців спадає до нуля. При цьому, чим менше інерційна ланка, тим ширше її амплітудна частотна характеристика, тобто тим більше смуга пропускання ланкою частот, або просто його смуга пропускання.

Теоретично частотна характеристика триває до безкінечності, але практично смуга пропускання оцінюється значенням частоти, при якому відношення амплітуд остаточно стає меншою від визначеного, досить малого кінцевого значення. Це значення зазвичай беруть рівним 0,05 (на цій частоті амплітуда вихідних коливань падає до 5% амплітуди вхідних коливань). Наявність максимуму у амплітудній частотній характеристиці каже про резонансні властивості ланки. Частота, відповідна максимуму амплітудної характеристики, називається резонансною (ω_p).

Фазова характеристика у звичайних інерційних ланок (рис. 4.1, б) негативна ($\varphi(\omega) < 0$), тобто вихідні коливання відстають по фазі від вхідних, і це відставання зростає з частотою.

Визначимо амплітудно-фазову характеристику системи, як відношення вихідного сигналу системи до вхідного, виражене в комплексній формі:

$$W(j\omega) = \frac{\bar{x}_{\text{вих}}(t)}{\bar{x}_{\text{вх}}(t)} = \frac{A_{\text{вих}} e^{j(\omega t + \varphi)}}{A_{\text{вх}} e^{j\omega t}} = \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} e^{j\varphi} = A(\omega) e^{j\varphi}.$$

Амплітудно-частотна і фазочастотна характеристики є відповідно модулем і фазою (аргументом) амплітудно-фазової характеристики:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| \quad \text{та} \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega).$$

Комплексне вираз для $W(j\omega)$ може бути надано у вигляді:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega).$$

де $P(\omega)$, $Q(\omega)$ – відповідно речова та уявна частотні характеристики.

Таким чином, отримуємо всього п'ять частотних характеристик:

- амплітудно-фазову $W(j\omega)$;
- амплітудно-частотну $A(\omega)$;
- фазочастотну $\varphi(\omega)$;
- речову частотну $P(\omega)$;
- уявну частотну $Q(\omega)$.

Між цими характеристиками є такі очевидні зв'язки:

$$W(j\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)},$$

$$P(\omega) = A(\omega) \cdot \cos \varphi(\omega); \quad Q(\omega) = A(\omega) \cdot \sin \varphi(\omega).$$

Амплітудно-фазова частотна характеристика можна визначити як відношення зображень Фур'є вихідного і вхідного сигналів системи при нульових початкових умовах:

$$W(j\omega) = \frac{\bar{x}_{\text{вих}}(\omega)}{\bar{x}_{\text{вх}}(\omega)} = \frac{b_n(j\omega)^n + b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0} = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)},$$

$$W(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = \frac{U_B(\omega) + jV_B(\omega)}{U_A(\omega) + jV_A(\omega)},$$

де індексами (А) і (В) відзначені дійсні (U) і уявні (V) частини відповідних комплексних величин в чисельнику і знаменнику.

$$W(j\omega) = \frac{[U_B(\omega) + jV_B(\omega)] \cdot [U_A(\omega) - jV_A(\omega)]}{U_A^2(\omega) + V_A^2(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega);$$

$$P(\omega) = \frac{U_B(\omega)U_A(\omega) + V_B(\omega)V_A(\omega)}{U_A^2(\omega) + V_A^2(\omega)};$$

$$Q(\omega) = \frac{V_B(\omega)U_A(\omega) + U_B(\omega)V_A(\omega)}{U_A^2(\omega) + V_A^2(\omega)}.$$

Для інженерних розрахунків особливо широко використовуються частотні характеристики, побудовані в логарифмічному масштабі, в тому числі логарифмічна амплітудно-частотна $L(\omega)$, пов'язана з АЧХ системи залежністю:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega).$$

Сенс наведеного виразу полягає в наступному. Визначимо посилення системою потужності сигналу, у вигляді відношення потужності на виході $P_{\text{вих}}$ до потужності на вході $P_{\text{вх}}$. Цей показник, для зручності оцінюваний в логарифмічному масштабі, з урахуванням того, що потужність сигналу пропорційна квадрату його амплітуди, записується у вигляді:

$$\lg \frac{P_{\text{вих}}}{P_{\text{вх}}} = \lg \left(\frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} \right)^2 = 2 \lg \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}}.$$

В якості одиниці посилення або ослаблення потужності сигналу при проходженні його через будь-який пристрій прийнятий Бел (за іменем американського винахідника А. Белла). Але оскільки 1 Бел є занадто великою одиницею (їй відповідає зміна потужності в десять разів), в теорії регулювання за одиницю вимірювання став децибел $1 \text{ дБ} = 0,1 \text{ Б}$. Тоді:

$$10 \cdot 2 \lg \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} = 20 \lg \mathcal{M}(\omega) = L(\omega),$$

де величина $L(\omega)$ виражена в децибелах.

Використовувана спільно з $L(\omega)$ фазочастотна характеристика будується в напівлогарифмічному масштабі: по осі ординат відкладається значення фази в градусах або радіанах, а по осі абсцис - $\lg \omega$. При цьому одиницею виміру частоти є декада. Декадою називається частотний інтервал, граничні значення якого співвідносяться в десять разів. У логарифмічному масштабі частот відрізок в одну декаду не залежить від частоти і має довжину, рівну одиниці.

При вирішенні практичних завдань на осі абсцис вказуються не значення $\lg \omega$, а, що більш зручно, значення самої частоти ω . Очевидно, що при використанні логарифмічного масштабу точка на осі абсцис, що відповідає $\omega=0$, знаходиться зліва в нескінченності, тобто логарифмічні характеристики будуються не від нульової частоти, а від деякого значення, яке визначається даними конкретного завдання.

Приклад. Отримання частотних характеристик інерційної ланки першого порядку і побудова їх графіків.

$$W(p) = \frac{1}{Tp+1} = \frac{1}{2p+1}.$$

Визначаємо вираз для АФЧХ. Перехід від передаточної функції до частотної передаточної функції $W(j\omega)$ здійснюється заміною в $W(p)$ оператора p на $j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{1}{1+jT\omega}.$$

Наведемо $W(j\omega)$ до алгебраїчного вигляду $W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$:

$$W(j\omega) = \frac{1}{1+jT\omega} \times \frac{1-jT\omega}{1-jT\omega} = \frac{1}{1+T^2\omega^2} - j \frac{T\omega}{1+T^2\omega^2}.$$

Побудуємо графік АФЧХ $W(j\omega)$. Для цього обчислимо значення резової $P(\omega_i)$ та уявної $Q(\omega_i)$ частин для характерних значень частоти $\omega_i = 0; 1/T; \infty$. Результати розрахунку занесемо в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Результати розрахунку частотних характеристик

ω_i	$P(\omega_i)$	$Q(\omega_i)$	$A(\omega_i) = \sqrt{P(\omega_i)^2 + Q(\omega_i)^2}$	$\varphi(\omega_i) = \arctg[Q(\omega_i)/P(\omega_i)]$
0	1	0	1	0
1/T	1/2	-1/2	$1/\sqrt{2} = 0.7$	-45°
∞	0	0	0	-90°

Графік АФЧХ зображений на рис. 4.2 і являє собою півколо з радіусом 0,5 і центром (0,5, j0) на дійсній осі.

Визначаємо вираз для АЧХ $A(\omega)$ даного ланки:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \omega^2 T^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega^2 T^2}{1 + \omega^2 T^2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}.$$

Обчислюємо значення АЧХ $A(\omega)$ для частот $\omega_i = 0; 1/T; \infty$.

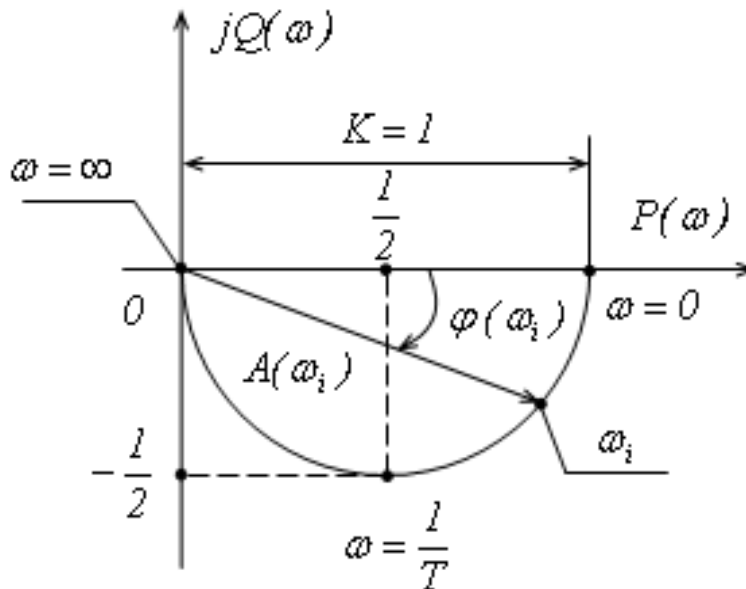


Рисунок. 4.2 – Графік АФЧХ інерційної ланки

Будуємо графік $A(\omega)$ за отриманими значеннями $A(\omega_i)$ (рис. 4.3), який являє собою фільтр низьких частот (низькі частоти пропускаються, а верхні подавляються).

Визначаємо формулу для ФЧХ $\varphi(\omega)$ ланки:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = -\frac{T\omega}{1 + T^2\omega^2} \bigg/ \left(\frac{1}{1 + T^2\omega^2}\right) = \arctg(-T\omega)$$

і обчислюємо значення ФЧХ $\varphi(\omega_i)$ для зазначених частот ω_i . Будуємо графік $\varphi(\omega)$ за значеннями $\varphi(\omega_i)$ (рис. 4.3), який показує, що фазовий зсув вихідного сигналу змінюється від 0° до -90° , а на частоті $\omega = 1/T$ він дорівнює -45° .

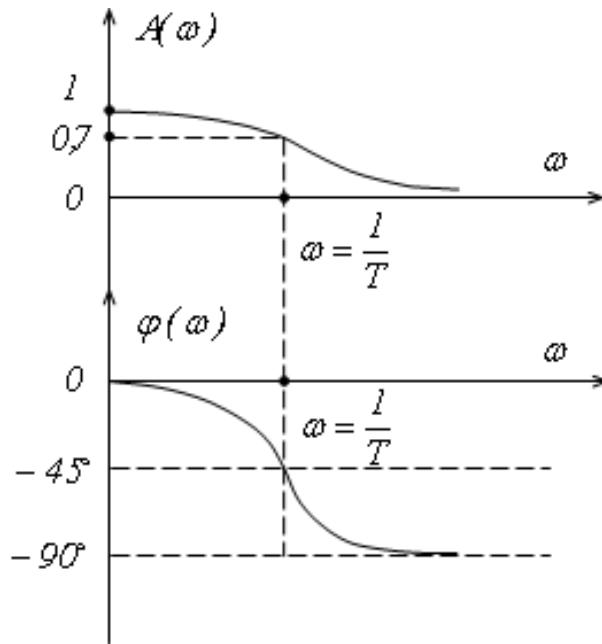


Рисунок 4.3 – Графіки АЧХ і ФЧХ інерційної ланки

Визначаємо формулу для логарифмічною АЧХ:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = -20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}.$$

Побудуємо графік ЛАЧХ даної ланки.

Наближено ЛАЧХ можна замінити двома асимптотами, до яких вона прагне при $\omega \rightarrow 0$ та $\omega \rightarrow \infty$. Наближена ЛАЧХ називається асимптотичною.

Визначимо значення $L(\omega)$ для діапазонів низьких і високих частот. В області низьких частот при $\omega \ll 1/T$ добуток $\omega T \ll 1$ і будемо мати $L(\omega) = -20 \lg 1 = 0$. В області високих частот при $\omega \gg 1/T$ отримаємо $\omega T \gg 1$ і $L(\omega) = -20 \lg \omega T$.

Визначимо нахил другий асимптоти ЛАЧХ в децибелах на декаду, яка проходить в високочастотній області, починаючи з частоти $\omega_c = 1/T$ і до $\omega = \infty$, де $T = 2\text{с}$, $\omega_c = 1/T = 0,5 \text{ рад/с}$.

Нехай $\omega = \omega_i$, тоді $L(\omega_i) = -20 \lg(\omega_i T)$. При $\omega = 10\omega_i$ $L(10\omega_i) = -20 \lg(10\omega_i T) = -20 \lg(10) - 20 \lg(\omega_i T) = -20 - 20 \lg(\omega_i T)$.

Різниця значень ЛАЧХ дорівнює $L(10\omega_i) - L(\omega_i) = -20 \lg 10 = -20 \text{ Дб/дек}$ і визначає нахил ЛАЧХ, починаючи з частоти ω_c . Обидві асимптоти перетинаються в точці, що відповідає $\omega_c = 1/T$. Ця частота називається спряженою.

При $\omega_c = 1/T$, $L(\omega_c) = -20 \lg \sqrt{2} = -3 \text{ Дб}$ і визначає максимальну розбіжність між істинною і асимптотичною ЛАЧХ (рис. 3.4).

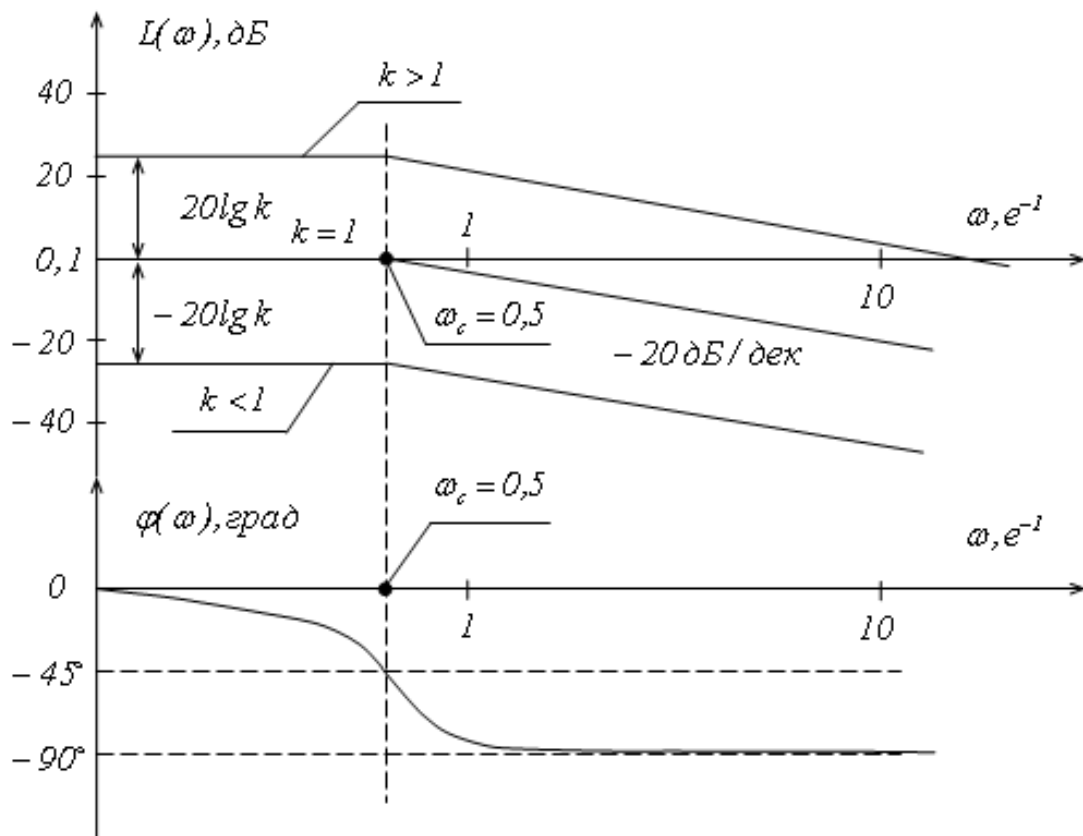


Рисунок 3.4 – Графіки ЛАЧХ і ЛФЧХ інерційної ланки

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ладанюк А.П. Теорія автоматичного керування: Курс лекцій для студентів напряму 0925 “Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології ден. та заочн. форм навчання – (частина перша) – К.: НУХТ, 2004. – с.
2. Сенигов П.Н. Теория автоматического управления: Конспект лекций. – Челябинск: ЮУрГУ, 2000 - 93с.
3. Петраков Ю. В. Драчев О. И. Теория автоматического управления технологическими системами — Машиностроение, 2009г.. — 336 с. Дьяконов В. П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. — ДМК Пресс, 2011. — 800 с.
4. Емельянова Д. К. Построение АФЧХ системы автоматического регулирования в среде Maple // Молодой ученый. — 2016. — №10. — С. 197-201. — URL <https://moluch.ru/archive/114/30152/> (дата обращения: 24.01.2019).
5. Бесекерский В. А., Попов Е. М. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1972. – 768 с.
6. Сапожников В. В. и др. Теоретические основы железнодорожной автоматики, телемеханики и связи / В.В. Сапожников, Ю.А. Кравцов, Вл.В. Сапожников. – М.: Транспорт, 1995. – 320 с.
7. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / В. А. Бесекерский, А. Н. Герасимов, Л. Ф. Порфирьев и др.; Под ред. В. А. Бесекерского. – М.: Наука, 1972. – 587 с.
8. Воронов А. А. Теория автоматического управления. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.
9. Солодовников В. В. и др. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В. В. Солодовников, В. Н. Плотников, А. В. Яковлев. – М.: Машиностроение, 1985. – 535 с.
10. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973.
11. Попов Э.В., Фирдман Г.Р. Алгоритмические основы интеллектуальных роботов и искусственного интеллекта. – М.: Наука, 1976.
12. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. – М.: Наука, 1971.
13. Сейдж Э.П., Мелса Дж.Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974.
14. Спири К., Браун Р., Гудвин Дж. Теория управления. – М.: Мир, 1973.
15. Фельдбаум А.А., Бутковский А.Г. Методы теории автоматического управления. – М.: Наука, 1971.
16. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. – М.: Наука, 1979.