МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИУКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД

«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ТА ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ З ДИСЦИПЛІНИ “ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ”

Дніпропетровськ УДХТУ 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ТА ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ З ДИСЦИПЛІНИ “ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ”

Затверджено на засіданні кафедри
комп’ютерно-інтегрованих
технологій і метрології.
Протокол № 6 від 21 грудня 2021 р.

Дніпропетровськ УДХТУ 2022

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів та дистанційної освіти з дисципліни «Теорія інформації» / Укл. : Г.І. Манко. – Дніпропетровськ : УДХТУ, 2022. – 45 с.

Укладач Г.І. Манко, канд. техн. наук

Відповідальний за випуск О.П. Мисов, канд. техн. наук

Навчальне видання

Методичні вказівки
до самостійної роботи студентів та дистанційної освіти
з дисципліни "Інформаційна теорія вимірювання"

Укладач: МАНКО Геннадій Іванович

Редактор Л.М. Тонкошкур
Коректор Л.Я. Гоцуцова

Підп. до друку ______________. Формат 60х84 1/16. Папір ксерокс. Друк різограф. Умовн.-друк. арк. ______Облік. – вид. арк. _______ Тираж _________прим. Зам. № ______
Свідотство ДК №303 від 27.12.2000.

УДХТУ, 49005, Дніпропетровськ-5, пр-т Гагаріна, 8

Видавничо-поліграфічний комплекс ІнКомЦентру

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для роботи студентів спеціальності підготовки 151 під час вивчення дисципліни «Теорія інформації» і мають за мету ознайомити їх ізсучасними підходами до вирішення проблем аналізу і синтезу систем і засобів вимірювання. Опанувавши курс, студенти повинні знати математичні моделі інформаційних процесів, методи оцінки кількості інформації, вміти аналізувати характеристики основних складових каналу передачі інформації, визначати кількісні характеристики інформаційних процесів.

Базовими дисциплінами курсу є «Комп'ютерна техніка і програмування», «Метрологія, технологічні вимірювання та прилади», «Електронні пристрої автоматики», «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика».

У процесі вивчення дисципліни студенти повинні користуватися рекомендованою літературою, перелік якої наведений наприкінці методичних вказівок.

1 ОБСЯГ І СКЛАД САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Обсяг і склад самостійної роботи представлені у табл. 1.

Таблиця 1

№ з/п	Назва теми та види самостійної роботи студента	Кіль-кість годин
1	Підготовка до аудиторних занять: - проробка лекційного матеріалу; - підготовка до лабораторних занять;	 4 8
2	Проробка розділів, які не викладаються на лекціях:	4
3	Виконання та захист індивідуальних завдань	–
4	Підготовка та складання підсумкового контролю знань (диф. залік)	12
	Разом	28

2 ПІДГОТОВКА ДО ЛЕКЦІЙ

Підготовка до лекцій складається у повторенні пройденого матеріалу. Прицьому студенти користуються конспектом, рекомендованою літературою, а також наведеним нижче змістом теоретичного курсу.

Змістовий модуль 1 – Основні поняття інформаційної теорії вимірів

Тема 1.1Поняття інформації

Зміст.Інформація як універсальна категорія матеріального світу. Взаємозв’язок понять “інформація” і “повідомлення”. Історія створення класичної теоріїінформації. Сучасне використання інформаційних підходів

Методичні вказівки

Слово "інформація" походить від латинського informatio, що в перекладі означає відомості, роз'яснення, ознайомлення. Поняття інформації розглядалося ще античними філософами. У XX столітті питаннями теорії інформації стали займатися кібернетика і інформатика.

Першою ластівкою була наукова праці Норберта Вінера "Кібернетика або управління і зв'язок у тварині і машині". У ній автор зробив висновок, що процеси управління і зв'язку в машинах, живих істотах і співтовариствах живих істот мають загальну основу і є, по суті, процесами передачі, зберігання і обробки інформації. Тим самим була визнана можливість розширення області існування інформаційних процесів. Поняття інформації було поширене спочатку на область самокерованих систем, потім взагалі на усі складні системи живої і штучної природи.

До нинішнього часу не існує єдиного визначення інформації як наукового терміну. З точки зору різних областей знання, це поняття описується своїм специфічним набором ознак.

Деякі дослідники признали наявності потенційної можливості інформації у всій неживій природі, другі прийшли до висновку, що інформація – невід'ємний атрибут матерії, треті допускають можливість існування різних видів інформації, наприклад, "докібернистичної" та "кібернистичної".

У наш час все більше дослідників схиляються до думки, що інформація є там же атрибутом матеріального світу, як речовина і енергія. Основою є інформація. Спочатку приходить інформація про майбутнє матеріальне новостворення, в якій області простору, якого зовнішнього вигляду і яка його внутрішня енергетична структура. Носієм інформації є інформаційна складова єдиного інформаційно-енергетичного потоку Всесвіту.

Енергетична складова єдиного інформаційно-енергетичного потоку Всесвіту здійснює обробку цієї інформації - виконання програми створення нової матеріальної освіти у Всесвіті. Так створюються галактики, зірки, планети.

Об'єкти матеріального світу знаходяться в стані безперервної зміни, яка характеризується обміном інформацією і енергією з довкіллям. Зміна стану одного об'єкта завжди призводить до зміни стану деякого іншого об'єкта довкілля. Це явище, незалежно від того, як, які саме стани і яких саме об'єктів змінилися, може розглядатися, як передача сигналу від одного об'єкта іншому. Сигнал – виступає як матеріальний носій інформації. Перенесення інформації здійснюється шляхом зміни енергетичних характеристик сигналу.

Сигнал або послідовність сигналів утворюють повідомлення, яке може бути сприйняте одержувачем в тому або іншому виді, а також в тому або іншому обсязі.

Одне і те ж повідомлення (сигнал) різними системами інтерпретується по-своєму. Наприклад, довгий і два короткі звукові сигнали для радіста, що знає азбуку Морзе – це буква Д, а для комп'ютерного системотехніка – несправність відеокарти.

Різноманітність трактувань інформації породжує різноманітність методів виміру кількості інформації.

Першою фундаментальною теорією інформації була теорія Шенона, в основі якої лежить поняття ентропії як міри невизначеності деякої події. Класична теорія інформації Шенона (математична теорія зв'язку) – розділ прикладної математики, що визначає поняття кількості інформації і встановлює граничні співвідношення для систем передачі даних. Основні розділи теорії інформації – кодування повідомлення (ущільнююче кодування) і канальне (завадостійке) кодування.

Власне інформація не входить до предметів дослідження математики. Проте, слово "інформація" вживається в математичних термінах – власна інформація і взаємна інформація, які відносяться до абстрактної (математичної) частини теорії інформації. Ця частина пов'язана з виключно абстрактними об'єктами – випадковими величинами. Саме математичний апарат випадкових чисел використовував автор теорії інформації Клод Шенон. Він мав на увазі під терміном "інформація" щось фундаментальне (що не має визначення). У теорії Шенона інтуїтивно вважається, що інформація має зміст. Завдяки цьому інформація зменшує загальну невизначеність або інформаційну ентропію. Кількість інформації доступна виміру. Проте Шенонзастерігав дослідників від механічного перенесення понять з його теорії в інші галузі науки.

Тим не менше, теорія Шенона, створена виключно для рішення задач забезпечення завадостійкого зв’язку, викликала появу ряду інформаційних теорій прикладного характеру.

В наш час теорія інформації широко застосовується в різних галузях науки і техніки, у тому числі при аналізі вимірів і засобів вимірювальної техніки (ЗВТ). Застосування теорії інформації дає можливість повнішого аналізу їх якості. Інформаційні методи і критерії успішно використовуються для аналізу пропускної спроможності інформаційно-вимірювальних систем, їх оптимізації, а такожустановлення граничних метрологічних можливостей ЗВТ.

Тема 1.2 Математичні міри інформації

<u>Зміст.</u> Три аспекти інформації. Узагальнений підхід до оцінювання невизначенності. Ентропія Шеннона та невизначеність Бонгарда. Апріорна і апостеріорні невизначенність

Методичні вказівки

Інформацію розглядають в трьох аспектах: синтаксичному, семантичному і прагматичному.

У *синтактиці* повідомлення, що несуть інформацію, розглядаються як символи, абстраговані від змісту і якої-небудь цінності. Предметом аналізу при цьому є частота появи символів, тобто знаків коду, зв'язки між ними, порядок дотримання, правила побудови виразів, за допомогою яких можуть формулюватися повідомлення.

У *семантиці* вивчається зміст (сенс) символів-повідомлень, тобто відношення повідомлень до того, що вони виражають.

У *прагматиці* символи-повідомлення розглядаються в їх відношенні до одержувача. При цьому враховуються такі характеристики повідомлень, як важливість, корисність, цінність, актуальність.

При синтаксичному аналізі інформація визначається як математична міра зменшення невизначеності знань про який-небудь предмет в пізнавальному процесі. Якщо H_1— початкова (*апріорна*) невизначеність знання з цього питання, а H_2 — залишкова (*апостеріорна*) невизначеність, що характеризує стан знання після отримання повідомлення, то інформація, що міститься в цьому повідомленні, визначається їх різницею:

$$\mathrm{I} = H_1 — H_2. \qquad (1.1)$$

Для оцінки міри невизначеності знань на синтактичному рівні розроблена велика кількість різних математичних заходів. Найбільш загальний підхід до оцінки невизначеності зробив Юрій Михайлович Горський, який ввів такі поняття, як неупорядкованість і неорганізованість.

Неупорядкованість $\overline{\text{У}}$ – міра відмінності якого-небудь елементу x_i відносно еталону порядку $x_{эт}$, яка прагне до нуля при $x_i \rightarrow x_{эт}$. Неорганізованість – узагальнена за дане число можливих ситуацій і тимчасових інтервалів характеристика неупорядкованості, зважена по чиннику істотності її прояву відносно певних показників функціонування системи.

$$\overline{\text{О}} = \overset{l}{\cup} \alpha_\beta \overset{d}{\cup} s_i \overset{m}{\cup} p_j f\left(\overline{\text{У}}\right) \qquad (1.2)$$

де $\cup$ – деякий умовний символ узагальнення характеристики невпорядкованості $\overline{\text{У}}$ відповідно за l інтервалів часу, d елементів та m ситуацій;

α_β, s_i, p_j– ваги відповідно β-го інтервалу часу, i-го елементу і j-тої ситуації;

f – функція, за допомогою якої здійснюється зважування неорганізованості по чиннику істотності її прояву відносно певного показника функціонування системи.

В частковому випадку при l = 1, d = 1 і виходячи з припущення адитивності окремих ситуативних неорганізованостей

$$\overline{\text{О}} = \sum_j p_j f(\overline{\text{У}}_j). \qquad (1.3)$$

Функцію f можна представити одній з чотирьох залежностей : лінійною, статечною, логарифмічною і експоненціальною.

Багато характеристик засобів виміру (ЗВ) можуть розглядатися як окремі випадки неорганізованості у виді (1.3). Наприклад, якщо позначити через X дійсні значення вимірюваної величини, а через Y - результат виміру, то, відповідно до метрологічних традицій, можна розрізняти наступні прості види невпорядкованості :

1) абсолютну

$$\overline{У}_а = Y - X ; \tag{1.4}$$

2) відносну

$$\overline{У}_о = (Y - X)/Y ; \tag{1.5}$$

3) зведену

$$\overline{У}_п = (Y - X)/X_н , \tag{1.6}$$

де $X_н$ – деяке нормоване значення вимірюваної величини.

Відповідно, простими характеристиками неорганізованості виступатимуть:

а) для лінійної форми функції f у вираженні (1) - математичне очікування похибки (наприклад, абсолютної) :

$$\overline{О} = \sum_j p(Y_j - X_j); \tag{1.7}$$

б) для степеневої форми функції f – дисперсія похибки:

$$\overline{О} = \sum_j p(Y_j - X_j)^2 . \tag{1.8}$$

Якщо перейти від абсолютних параметрів вимірюваних величин до імовірнісних, при цьому використовувати логарифмічну форму функції f, те неорганізованість набере вигляду ентропії Шенона :

$$\overline{О} = H = -\sum_j p_j \log p_j . \tag{1.9}$$

Для спостерігача, що виходить з гіпотези, що деякий об'єкт характеризується розподілом ймовірності $\{q_j\}$, тоді як реальним є розподіл $\{p_j\}$, М.М. Бонгард запропонував свою міру невизначеності [9], яка також є часткою випадком неорганізованості по Горському:

$$\overline{О} = N(p/q) = -\sum_j p_j \log q_j . \tag{1.10}$$

Тоді, згідно Бонгарду, експеримент несе спостерігачеві корисну інформацію в кількості

$$I_П = H - N(p/q) = \sum_j p_j \log(q_j/p_j) . \tag{1.11}$$

У найпростішому випадку, можна оцінювати невизначеність наступним чином.

Чим більше рівнів N може мати вимірювана величина, тим важче визначити її значення. Отже, початкова невизначеність зростає зі збільшенням числа N.

Початкову невизначеність знання (до виконання виміру) можна характеризувати значенням логарифмічної функції від N:

$$H_1 = \log N \tag{1.12}$$

Невизначеність знання про істинне значення вимірюваної величини після виміру можна також оцінити значенням логарифмічної функції:

$$H_2 = \log n \tag{1.13}$$

де n — число можливих значень величини після виміру, що характеризує його погрішність. Очевидно, що повинно бути $n<N$, а $n = 1$ тільки у ідеальному вимірі, без погрішності.

Тоді інформація, отримана в результаті виміру,

$$I = H_1 - H_2 = \log N - \log n = \log \frac{N}{n}. \quad (1.14)$$

Коли відомі ймовірності значень вимірюваної величини $P(x_i)$, апріорна невизначеність оцінюється ентропією Шенона:

$$H(X) = -\sum_i P(x_i) \log P(x_i). \quad (1.15)$$

Якщо вимірювана величина є неперервною, характеризується густиною ймовірностей $f(x)$ і вимірюється з похибкою Δ, її ентропія

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \log f(x) dx - \log \Delta x = h(X) - \log \Delta x, \quad (1.16)$$

де $h(X)$ – диференціальна ентропія.

Якщо закон розподілу величини X рівномірний в діапазоні $[X_{min}, X_{max}]$,

$$h(X) = -\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} \frac{1}{X_{\max} - X_{\min}} . \log \frac{1}{X_{\max} - X_{\min}} dx = \log(X_{\max} - X_{\min}). \quad (1.17)$$

Повна ентропія

$$H(X) = h(X) - \log \Delta = \log \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\Delta}. \quad (1.18)$$

Для нормального закону розподілу

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(X)} e^{-\frac{X^2}{2\sigma^2(X)}}, \quad (1.19)$$

де σ(X) – середньоквадратичне відхилення значень X.

Диференціальна ентропія

$$h(X) = \log[(\sqrt{2\pi e}\sigma(X)]. \quad (1.20)$$

Повна ентропія

$$H(X) = h(X) - \log \Delta = \log \frac{(\sqrt{2\pi e}\sigma(X)}{\Delta}. \quad (1.21)$$

Внаслідок похибок вимірювання значенню вимірюваної величини x_i відповідає результат виміру z_j, зв'язок між цими значеннями характеризується умовними ймовірностями $P(x_i/z_j)$. Апостеріорну невизначеність, яку нам забезпечує результат z_j, можна оцінити частковою ентропією

$$H(X/z_j) = \sum_i P(x_i/z_j) \log P(x_i/z_j). \quad (1.22)$$

Усереднивши ці значення по ймовірностям $P(z_j)$ значень результату, отримуємо умовну ентропію

$$H(X/Z) = \sum_j P(z_j) \sum_i P(x_i/z_j) \log P(x_i/z_j). \quad (1.23)$$

Згідно формули сумісної ймовірності $P(z_j)P(x_i/z_j) = P(x_i, z_j)$. Таким чином маємо іншу форму представлення умовної ентропії

$$H(X/Z) = -\sum_j \sum_i P(x_i, z_j) \log P(x_i / z_j) . \qquad (1.24)$$

Кількість інформації у результаті Z про вимірювальну величину X,:

$$I(Z/X) == H(X) - H(X/Z) \qquad (1.25)$$

Якщо вимірювальна величина є неперервною, використовується диференціальна умовна ентропія

$$h(X/Z) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(Z) f(X/Z) \log f(X/Z) dX dZ \qquad (1.26)$$

З використанням формули сумісної ймовірності

$$h(X/Z) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(X, Z) \log f(X/Z) dX dZ \qquad (1.27)$$

Кількість інформації

$$I(Z/X) = h(X) - h(X/Z) . \qquad (1.27)$$

Тема 1.3 Методи визначення кількості інформації у вимірі

<u>Зміст.</u> Кількість інформації при різних законах розподілу вимірювальної величини і похибки. Дезінформація Бонгарда як характеристика засобу вимірювання (ЗВ). Використання методу рівночастотних інтервалів

Методичні вказівки

Нехай розподіл вимірювальної величини визначається формулою (1.19), а розподіл похибки

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\Delta)} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2(\Delta)}}, \qquad (1.29)$$

Результат виміру визначається сумою істинного значення вимірюваної величини і погрішності $Z = X + \Delta$. Тому закон розподілу для Z визначається композицією законів розподілу для X і Δ. В даному випадку він описується аналітичним виражениям

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2(X) + \sigma^2(\Delta))}} e^{-\frac{Z^2}{2(\sigma^2(X)+\sigma^2(\Delta))}}, \qquad (1.30)$$

тобто є нормальним, з математичним очікуванням M[Z] = 0 та СКВ

$$\sigma^2(Z) = \sqrt{(\sigma^2(X) + \sigma^2(\Delta))}$$

Густину сумісних ймовірностей визначимо як $f(x_i, z_j) = f(z_j) f(x_i / z_j)$. Розподіл умовних ймовірностей $f(z_j/x_i)$ визначається законом розподілу похибки $\Delta = Z - X$. Тоді з (1.27) отримаємо:

$$h(X/Z) = \frac{\sqrt{2\pi e \sigma^2(x)\sigma^2(\Delta)}}{\sqrt{(\sigma^2(X) + \sigma^2(\Delta))}} . \qquad (1.31)$$

Відповідно кількість інформації

$$I(Z/X) = \log[(\sqrt{2\pi e}\sigma(X)] - \frac{\sqrt{2\pi e \sigma^2(X)\sigma^2(\Delta)}}{\sqrt{(\sigma^2(X) + \sigma^2(\Delta))}} = \sqrt{1 + (\frac{\sigma(X)}{\sigma(\Delta)})^2} . \qquad (1.32)$$

Таким чином, інформація, очікувана при вимірі, є зростаючою функцією відношення СКВ вимірюваної величини і погрішності виміру.

Для оцінювання кількості вимірювальної інформації можна також використовувати корисну інформацію Бонгарда згідно (1.11). Якщо вимірювана величина має розподіл $P=\{P(x_j)\}$, а результати вимірів мають розподіл $Q=\{Q(z_j)\}$, то невизначеність Бонгарда для спостерігача, що проводить виміри

$$N(p/q) = -\sum_j P(x_j)\log Q(z_j)\,. \tag{1.33}$$

Коли обидва розподіли співпадають, невизначеність Бонгарда мінімальна, і є рівною ентропії вимірювальної величини. Наявність похибок проводить до зростання невизначеності. Тому можна говорити, що ЗВ вносить негативне значення корисної інформації, тобто дезінформацію у кількості:

$$D = N(p/q) - H(X) = -\sum_j P(x_j)\log Q(z_j) + \sum_j P(x_j)\log P(x_j) = \sum_j P(x_j)\log(P(x_j)/Q(z_j))\,. \tag{1.34}$$

Практичне використання інформаційних характеристик стикається з двома утрудненнями.

По-перше, істинне значення вимірюваної величини невідоме. Тому неможливо достовірно знати і розподіл вірогідності *P*.

Така перешкода може бути обійдена класичним методом, використовуваним в метрології. Замість істинних значень вимірюваної величини використовуються дійсні, тобто умовно-істинні, знайдені експериментально з найбільшою точністю. Таким чином, розподіл ймовірностей *P* може бути отриманий експериментальним шляхом з використанням зразкових вимірювальних приладів.

Можливий і спрощений підхід до вирішення цієї проблеми, що полягає в прийнятті гіпотези про стандартний закон розподілу ймовірностей значень вимірюваної величини. За стандартний може бути прийнятий нормальний, як найбільш поширений, або рівномірний, як такий, що дає найбільшу апріорну невизначеність про значення вимірюваної величини.

Друге утруднення виникає, коли мають місце нульові значення ймовірностей $P(x_j)$ або $Q\ (y_j)$. В цьому випадку застосування логарифмічної функції неможливе.

Для того, щоб уникнути нульових значень вірогідності, використовується методика експериментального знаходження розподілів *P* і *Q*, заснована на методі рівночастотних інтервалів.

Звичайно визначення законів розподілу випадкових величин на основі експериментальних даних здійснюється наступним чином.

Розділимо весь діапазон спостережених значень *X* на інтервали або «розряди» і підрахуємо кількість значень $\boldsymbol{m_i}$, що приходиться на кожний $\boldsymbol{i}$-ий розряд. Це число розділимо на загальне число спостережень $\boldsymbol{n}$ і знайдемо частоту, що відповідає даному розряду:

$$p_i^* = m_i/n. \tag{1.35}$$

Сума частот усіх розрядів, очевидно, має дорівнювати одиниці. Побудуємо таблицю, у якій приведені розряди в порядку їхнього розташування уздовж осі абсцис і відповідні частоти. Ця таблиця називається статистичним рядом.

Далі будують гістограму в такий спосіб. По осі абсцис відкладають розряди, і на кожному з розрядів як на основі будується прямокутник, площа якого дорівнює частоті даного розряду. Для побудови гістограми потрібно частоту кожного розряду розділити на його довжину й отримане число взяти як висоту прямокутника. У випадку рівних за довжиною розрядів висоти прямокутників пропорційні відповідним частотам. Зі способу побудови гістограми випливає, що повна площа її дорівнює одиниці.

Частота $\boldsymbol{p_i}$* або площа прямокутника є оцінкою ймовірності попадання величини X у i-тий інтервал.

Значення ймовірностей P і Q повинні бути знайдені для одних і тих же границь інтервалів розбиття осі абсцис. Деякі з цих значень можуть дорівнювати нулю, наприклад, при малій вибірці експериментальних даних або у разі систематичної погрішності, що призводить до неспівпадіння діапазонів зміни величин X і Y. Це робить неможливим застосування логарифмічної функції.

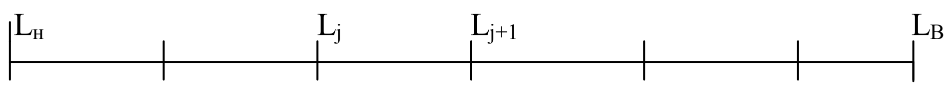
В цьому випадку використовують рівночастотні гістограми, коли висота усіх прямокутників однакова, а змінюється їхня ширина. Це має місце тоді, коли кількість спостережень випадкової величини на кожному інтервалі однакова.

За цим методом визначення законів розподілу P і Q виконується так.

Спочатку знаходяться верхня $L_B=\sup(X \cup Z)$ і нижня $L_H=\inf(X \cup Z)$ межі об'єднання множин $X = \{x_j\}$ и $Z = \{z_j\}$ спостережень дійсних значень і результатів виміру вимірюваної величини. Потім визначається число інтервалів розбиття діапазону $[L_H;L_B]$ по відомих формулах статистики, наприклад,

$$m = 1{,}5 + 3{,}322 \ln N, \tag{1.36}$$

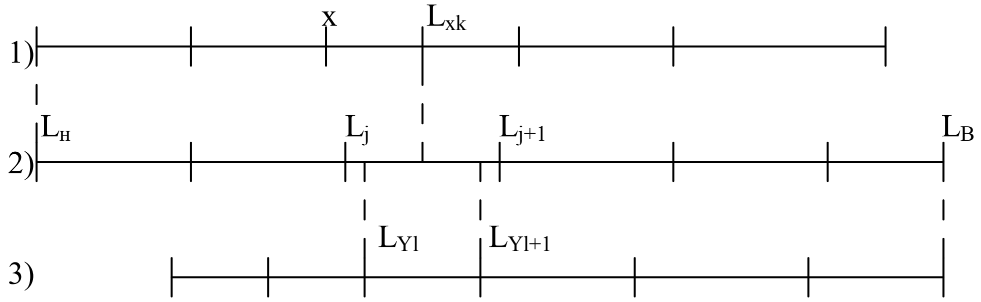
де N – обсяг вибірки, й знаходяться границі $\{L_j\}$інтервалів розбиття, причому $L_1=L_H$, $L_{m+1}=L_B$. Всі інтервали $[L_j; L_{j+1}]$ приймаються рівними один одному.



Далі для кожного елементу з множин X и Z окремо знаходяться межі рівночастотних інтервалів. Для цього спостереження з кожної вибірки розташовуються в зростаючому порядку і розбиваються на m рівних груп. При цьому число спостережень в групі не має бути менше п'яти, інакше необхідно зменшити число груп. Потім розраховуються межі рівночастотних інтервалів як півсуми найбільшого значення X_i для попередньої групи і найменшого X_{i+1} для наступної групи:

$$L_{xk} = (x_i + x_{i+1})/2. \tag{1.37}$$

На рис. показаний можливий вигляд взаємного розташування меж $\{L_j\}$ початкових, а також меж $\{L_{xk}\}$ и $\{L_{zl}\}$ рівночастотних інтервалів для вибірок відповідно дійсних і виміряних значень вимірюваної величини.



Тут представлені межі інтервалів розбиття множин X (лінія *1*), X U Z (лінія *2*) и Z (лінія *3*).

Для кожного з рівночастотних інтервалів визначається густина частот попадання значення X та Z в j-тий інтервал

$$d_{xk} = n_k / N(L_{xk+1} - L_{xk}); \tag{1.38}$$

$$d_{zl} = n_l / N(L_{zl+1} - L_{zl}), \tag{1.39}$$

де $n_k(n_l)$ – число спостережень в k-тому (l-тому) інтервалі для вибірок дійсних (виміряних) значень вимірюваної величини.

По відомих густинах частот d_{xk}и d_{zl} для кожного з початкових інтервалів $[L_j; L_{j+1}]$ визначаються частоти попадання в інтервал ν_{xj}і ν_{zj}.

Наприклад, для показаного на рис. випадку інтервалу $[L_j; L_{j+1}]$ відповідають частоти

$$\nu_{xi} = d_{xk-1}(L_{xk} - L_j) + d_{xk}(L_{\text{j}+1} - L_{xk}),$$

$$\nu_{zj} = d_{zk-1}(L_{zk} - L_j) + d_{zk}(L_{zj+1} - L_{yk}) + d_{zl+1}(L_{j+1} - L_{zl+1}).$$

Розраховані таким чином частоти ν_{xj}иν_{yj} є оцінками ймовірностей $P(x_j)$ и $Q(y_j)$

Змістовий модуль 2 – Інформаційні характеристики засобів вимірювання

Тема 2.1 Еквівалентне число розрізнюваних значень

<u>Зміст.</u> Загальний підхід до побудови інформаційних критеріїв. Число надійно розрізнюваних рівнів вимірюваної величини. Еквівалентне число поділок

Методичні вказівки

Як вже було показано, інформацію розглядають в трьох аспектах: синтаксичному, семантичному і прагматичному.

Стосовно концепцій інформаційної теорії вимірювання прагматичний аспект можна називати метрологічним. Отже, інтегральний інформаційний критерій Yj може бути визначений наступним чином:

$$Y_j = Y_{cj} + Y_{ej} + Y_{мj}, \tag{2.1}$$

де Y_{cj}, Y_{ej}, $Y_{мj}$, відповідно, інформаційні критерії, що враховують статистичний, евристичний (семантичний) і метрологічний аспекти інформації по j-ій контрольованій величині.

Кожна складова критерію (1.39) має свою інтерпретацію. Для багатофункціонального ЗВ статистичний критерій може бути представлений виразом

$$Y_{cj} = \sum_{i=1}^{f} \lambda_{0i} \left[P_i \log_2 P_i + (1 - P_i) \log_2 (1 - P_i) \right], \tag{2.2}$$

де λ_{0i} — узагальнена значущість (комплексний показник) i-го елементу ЗВ, що формує j-ту величину; P_i — ймовірність раптової відмови i-го елемента ЗВ, що формує j-ту величину контролю; f — число елементів ЗВ, що формують j-ту величину контролю.

Критерій (1.40) містить чисто прагматичну характеристику (перший співмножник) інформації, що визначає цінність (значущість) кількості інформації, представленою статистичною характеристикою (другий співмножник).

Як λ_{0i} можна використовувати вираження:

$$\lambda_{0i} = \lambda_{\Phi i} \lambda_{Si} \lambda_{Qi} \tag{2.3}$$

де $\lambda_{\Phi i}$ — функціональна значущість і -го елементу ЗВ; λ_{Si} — економічна значущість (за витратами на будову і відновлення); λ_{Qi} — значущість по надійності.

Для подальшого дослідження статистичного аспекту ведемо наступні умови, яким повинні задовольняти величини X і Z у моделі процесів контролю і виміру:

а) закони розподілу ймовірності величин X і Z передбачаються незмінними вс часу, тобто розглядаються стаціонарні процеси;

б) результати контролю (виміри) вважаються незалежними. Іншими словами, приймається, що кількість інформації, що отримується в даний момент часу, не залежить від попередніх результатів. За інших рівних умов в даному випадку кількість інформації стає найбільшою.

в) передбачається, що похибками формування значень зразкових величин, а також зонами нечутливості пристроїв порівняння можна нехтувати.

Інформація, що отримується у вимірі, залежить від імовірнісних властивостей вимірюваної величини і результату виміру. Імовірнісні властивості результату виміру визначаються імовірнісними властивостями вимірюваної величини і погрішності. При заданому законі розподілу вимірюваної величини $P(x_i)$ вимірювальна інформація буде більше при використанні приладу з погрішністю, розподіленою за таким законом $P(\Delta)$, при якому апостеріорна ентропія $H(X/Z)$ буде менше. Іншими словами, інформація тим більше, чим краще узгоджені імовірнісні властивості вимірювального приладу і вимірюваної величини. Від міри їх узгодження залежить число значень (рівнів) вимірюваної величини, що упевнено розрізняються приладом у вимірі.

Погрішність приладу може мати настільки сильну дезінформаційну дію, що декільком діленням вимірювального приладу в результаті виміру може відповідати одне і те ж значення вимірюваної величини. Тому вимір правильніше характеризувати не числом рівнів вимірюваної величини, на розрізнення яких розрахований вимірювальний прилад, а фактичним числом упевнено розрізнюваних рівнів у кожному конкретному випадку.

Нехай вимір величини з цим законом розподілу супроводжується похибкою, розподіленою за певним законом $P(\Delta)$, і дає вимірювальну інформацію I_1. Допустимо також, що вимір тієї ж величини, але розподіленою за рівномірним законом, виконувався практично без погрішності, і в результаті отримана вимірювальна інформація I_2. Якщо $H(X)$ – апріорна невизначеність значень величини, розподіленої за рівномірним законом, то очевидно, що $I_2 = H(X)$, оскільки залишкова невизначеність за відсутності погрішності дорівнює нулю. Якщо вимірювана величина неперервна і може набувати усіх значень усередині інтервалу $[X_{\min}, X_{\max}]$, то при заданій похибці розрізнення можна вичислити

$$H(X) = \log \frac{X_{max} - X_{\min}}{\Delta_p} = \log N, \tag{2.4}$$

де N — число надійно розрізнюваних рівнів вимірюваної величини.

Припустимо, що $I_1 = I_2$ тобто вимірювальна інформація в першому і другому випадках однакова за значенням. Тоді, по аналогії з виразенням для I_2 інформацію I_1 теж можна представити у виді

$$I_1 = \log N_e, \tag{2.5}$$

де N_e — деяке еквівалентне число надійно розрізнюваних рівнів величини, розподіленої за даним законом $P(x_i)$.

Якщо N - число рівнів величини, яке в принципі може розрізнюватись вимірювальним приладом, то при рівномірному законі розподілу величини

$$I_1 = H(X) - H(X/Z) = \log N - H(X/Z) = \log N_e \tag{2.6}$$

Оскільки за наявності погрішності апостеріорна ентропія $H(X/Z)>0$, то $\log N_e < \log N$, тобто $N_e < N$. Значення N_e тим більше, чим менше залишкова ентропія $H(X/Z)$, тобто чим краще узгоджені імовірнісні властивості погрішності приладу і вимірюваної величини.

З (2.6) отримуємо

$$N_e = 2^{I_1}. \tag{2.7}$$

Будемо називати N_e еквівалентним числом розрізнюваних приладом рівнів вимірюваної величини. Для аналогових приладів кажуть про еквівалентне число поділок.

Еквівалентне число розрізнюваних у вимірі рівнів величини, розподіленої за цим законом, визначається як число надійно розрізнюваних рівнів величини при вимірі її за допомогою ідеального приладу, що не має погрішностей, який при рівномірному законі розподілу цієї величини дає стільки ж вимірювальної інформації, скільки і цей прилад при вказаному законі розподілу величини.

Еквівалентне число поділок є узагальненою характеристикою, що враховує статистичні параметри вимірюваної величини і погрішності, а також значення інтервалу квантування. Ця характеристика може бути використана для порівняння найрізноманітніших вимірювальних приладів. Особливо наочно за допомогою N_e можна оцінювати вплив погрішностей.

При проектуванні нових і аналізі існуючих вимірювальних приладів з’являєтся можливість варіювання і оцінки інформаційних властивостей приладів при фіксованих метрологічних характеристиках. Щоб реалізувати таку можливість, необхідно знайти вид зв'язку між метрологічними і інформаційними характеристиками вимірювальних приладів. В цьому відношенні виявляється зручним використовувати отримані вирази для N_e.

Тема 2.2 Статичні критерії якості засобів вимірювання

<u>Зміст.</u>*Коефіцієнт ефективності процесу вимірювального перетворення. Комплексний інформаційний критерій. Інформаційний критерій якості ЗВ на основі невизначеності Бонгарда*

Методичні вказівки

Апріорна невизначеність знань про вимірювану величину X оцінюється ентропією (1.15), а апостеріорна невизначеність після отримання результату Z – середньою умовною ентропією (1.23). Як інформаційний критерій якості вимірювального приладу можна використовувати відношення

$$Q = H(X/Y)/H(X), \tag{2.8}$$

що визначає частину інформації, яка втрачається в ході вимірів.

Для неперервних вимірювальних величин у (2.8) підставляються відповідні диференціальні ентропії.

Слід зазначити, що при використанні диференціальної ентропії треба бути дуже обережним, оскільки вона отримана тільки по аналогії з дискретним випадком і не має коректного математичного обґрунтування. Ця обставина була підкреслена А. Н. Колмогоровим. Він відмітив, що диференціальна ентропія "не має реального тлумачення і навіть не інваріантна по відношенню до перетворень координат". Дійсно, кількісна оцінка диференціальної ентропії залежить від одиниці вимірювання величини, що досліджується. Наприклад, для струмового сигналу 4–20 мА диференціальна ентропія, згідно (1.17)

$$h(X) = \log(X_{\max} - X_{\min}) = \log 16 = 4 \text{ біт}.$$

Виразивши значення струму в мікроамперах, будемо мати 12 біт. Якщо ж вимірювати в амперах, отримаємо негативне значення.

Для того, щоб оперувати з безрозмірними величинами, перейдемо до нормованих значень величин.

Розглянемо узагальнену схему вимірювального процесу (рис. 2.1), що описується функцією y=φ(x, Ψ) де Ψ деякий дестабілізуючий фактор, що викликає похибку вимірювання.

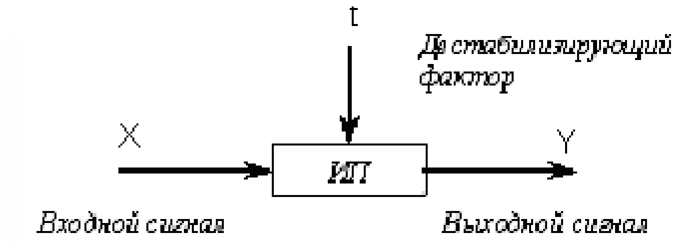


Рис. 2.1

Кількість інформації, отриманої в результаті вимірювального процесу, визначається відомою формулою $I=h_1-h_2$.

Приріст нормованої диференціальної ентропії для даного випадку можна визначити, використовуючи поняття якобіану випадкової функції $y=\varphi(x, \Psi)$. Якобіан J – функціональний визначник спеціального виду, складений з часткових похідних 1-го порядку:

$$\Delta h \approx J(\frac{y}{x}) \approx \log\frac{\partial y / y}{\partial x / x} = \log\frac{\partial y / \partial x}{y / x} = \log\frac{S_л}{S_н} . \quad (2.9)$$

Тут $S_л$, $S_н$ – лінійний та нелінійний коефіцієнти чутливості перетворювача. Позначимо їх відношення як коефіцієнт нелінійності$K_н$ функції вимірювального перетворення. Оскільки прирощення диференціальної ентропії дає кількість інформації, то можна записати:

$$\Delta I = \log\frac{S_л}{S_н} = \log K_н , \quad (2.10)$$

З цієї формули виходить, що при підвищенні чутливості вимірювального пристрою зростає і його інформаційна здатність. Але якщо при цьому підвищуватиметься чутливість пристрою також і до дестабілізуючих чинників, то інформативність такого вимірювального пристрою не зросте.

В той же час, точність виміру і інформативність процесу вимірювального перетворення визначається співвідношенням рівнів корисного сигналу x і супутніх йому завад ±Δ:

$$I = \log\frac{x}{2\Delta}\frac{K_\Psi}{K_x} = \log\frac{x}{2\Delta}K_e . \quad (2.11)$$

Тут K_Ψ – коефіцієнт відносної чутливості пристрою при Ψ = const: K_x – коефіцієнт відносної чутливості пристрою при x = const; K_e – коефіцієнт ефективності процесу вимірювального перетворення. Спрощена формула для його розрахунку має вигляд:

$$K_e = \frac{K_\Psi}{K_x} = \frac{\left(\frac{S_л}{S_н}\right)_{\Psi=const}}{\left(\frac{S_л}{S_н}\right)_{x=const}} . \quad (2.12)$$

З цієї формули виходить, що коефіцієнт ефективності процесу первинного перетворення є порівняльною характеристикою відносної чутливості пристрою до зміни вимірюваних фізичних величин і дестабілізуючих чинників.

Критерій (2.12) може бути використаний як узагальнена оцінка ефективності вибраного методу виміру, при виборі матеріалів, схем, що реалізовуються, і режимів роботи пристрою, а також для порівняльної оцінки метрологічних характеристик різних варіантів побудови вимірювальних пристроїв.

Для порівняльної оцінки різних вимірювальних пристроїв розроблений і комплексний інформаційний критерій K_I,

$$K_I = \frac{I}{\lambda(c_1 + tc_2)},. \qquad (2.13)$$

де I - кількість інформації, що отримується в результаті виміру;

λ - інтенсивність відмов усіх елементів, що входять до складу пристрою;

c_1- покупна вартість (ціна) пристрою;

c_2— щорічні експлуатаційні витрати;

t – розрахунковий термін служби пристрою, $t = c_1/a$, де a – розмір амортизаційних відрахувань для цього виду техніки.

Кількість інформації I, отримуване в результаті виміру, дорівнює зменшеню невизначеності $h(x)-h(x/x_n)$, тобто різниці ентропій до і після виміру.

У випадку рівномірних законів розподілу вимірювальної величини і похибки Δ апріорна ентропія визначається формулою (1.17). Після виміру отримуємо показання приладу x_i. Проте внаслідок погрішності приладу ми можемо стверджувати, що дійсне значення вимірюваної величини лежить в діапазоні від x_i – Δдо x_i + Δ тобто в діапазоні 2Δ. Густина ймовірності $f(x) = \frac{1}{2\Delta}$

Апостеріорна ентропія

$$h(x/x_n) = \log(2\Delta). \qquad (2.14)$$

Величина інтервалу невизначеності може бути виражена середньоквадратичною погрішністю σ. Для рівномірного розподілу

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx = \int_{-\Delta}^{\Delta} x^2 \, (1/2\Delta)\, dx = \Delta^2/3. \qquad (2.15)$$

Тоді (2.14) набуває вигляду:

$$h(x/x_n) = \log(2\sqrt{3}\sigma).. \qquad (2.16)$$

Кількість інформації

$$I = h(x) - h(x/x_n) = \log\frac{X_{max} - X_{\min}}{2\sqrt{3}\sigma}. \qquad (2.17)$$

Інтенсивність відмов у усіх елементів тих, що входять в пристрій може бути визначена по формулі

$$\lambda = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i N_i, . \quad (2.18)$$

λ_i – інтенсивність відмов i-го елементу

N_i –число елементів i-го типу:

s – число елементів пристрою.

Недоліки критеріїв, заснованих на поняттях класичної теорії інформації:

а) практичне використання критеріїв пов'язане з трудомісткими обчисленнями, необхідністю рішення систем управлінь з десятками невідомих;

б) у разі багатоканальних ЗВ безпосереднє використання розглянутих критеріїв для оцінки якості системи в цілому неможливе.

З цих точок зору зручнішими є інформаційні критерії, засновані на мірі неорганізованості у формі (1.11) і (1.12). Вираз (1.34) є узагальненим інформаційним критерієм якості ЗВ, що враховує окрім інших чинників і те, наскільки ця система підходить для виміру конкретної величини X, оскільки при розрахунку цього критерію враховуються статичні характеристики вимірюваної величини. Ідеальний прилад забезпечує нульове значення дезінформації D.

Критерій (1.34) дає абсолютну оцінку якості вимірювальної системи. Інтерес представляє також отримання відносної оцінки. Для цього візьмемо до уваги, що у разі заздалегідь несправного ЗВ невизначеність знань про вимірювану величину максимальна, і оцінювати якість ЗВ слідує відносно цього крайнього випадку.

При цьому усі значення z_j результатів виміру можна вважати рівноймовірними:

$$Q(z_j) = 1/m, \quad (2.19)$$

де m - загальне число можливих значень величини Z. Невизначеність значень вимірюваної величини визначається відповідно до (3) :

$$N_0 = -\sum_j P(x_j) log \frac{1}{m} = logm. \quad (2.20)$$

У разі використання оцінюваної ЗВ невизначеність значень вимірюваної величини рівна

$$N(p/q) = -\sum_j P(x_j) logQ(z_j). \quad (2.21)$$

Можна сказати, що використання даного ЗВ дає кількість корисної інформації :

$$I = N_0 - N(p/q) = -\sum_j P(x_i) log[mQ(z_i)]. \quad (2.22)$$

Вираз (2.22) також є інформаційним критерієм якості ЗВ.

Для ідеального ЗВ розподіл Q ймовірностей значень результатів вимірів Z співпадає з розподілом P значень вимірюваної величини X. Невизначеність значень вимірюваної величини стає рівною її ентропії, а кількість корисної інформації, що виробляє ідеальний ЗВ

$$I_u = N_0 - H = \sum_j P(x_i) log\left[mP(x_i)\right]. \quad (2.23)$$

Логічним було б розглядати відношення реальної кількості корисної інформації до ідеального як відносний критерій якості ІС:

$$\frac{I}{I_u} = \frac{\sum_j P(x_i) log\left[mQ(z_i)\right]}{\sum_j P(x_i) log\left[mP(x_i)\right]}. \quad (2.24)$$

Аналізуючи вираження (2.24), можна з'ясувати, що його значення прагне до 1 у міру наближення якості ЗВ до ідеального.

Основною перевагою інформаційних критеріїв є те, що внаслідок адитивних властивостей інформації легко здійснюється оцінка якості багатоканальних ІС. При використанні виразів (1.34) і (2.22) загальний критерій якості багатоканального ЗВ дорівнює сумі інформаційних критеріїв для кожного з каналів. Критерій (2.24) у разі багатоканального ЗВ набуває вигляду

$$\frac{\sum_i I_i}{\sum_i I_{иi}} = \frac{\sum_i \sum_j p(X_{ij}) \log m_i q(Y_{ij})}{\sum_i \sum_j p(X_{ij}) \log m_i p(X_{ij})}. \quad (2.25)$$

Розглянуті тут критерії відносяться до статичних, оскільки не враховують динамічних властивостей ІС.

Тема 2.3 *Динамічні характеристики засобів вимірювання*

Зміст.Динамічні похибки. Динамічний критерій на основі поняття неорганізованості. Умова мінімальних втрат інформації внаслідок динамічних погрішностей

Методичні вказівки

2.3.1 Динамічні похибки

Динамічні погрішності виникають внаслідок фазових запізнювань сигналів в елементах приладу і в результаті впливу на прилади шкідливих змінних обурень. Погрішності, викликані фазовими запізнюваннями сигналів в елементах приладів, називаються власними динамічними погрішностями, а погрішності, обумовлені шкідливими обуреннями, - вимушеними динамічними погрішностями або перешкодами.

Динамічні погрішності властиві усім приладам, що працюють в динамічному режимі виміру. Вимушені динамічні погрішності особливо значні в приладах, що працюють на рухливій основі.

Підходи до розрахунку даних погрішностей багато в чому залежать від причини їх виникнення і структури динамічної системи, закладеної в основу роботи приладу. Динамічні системи класифікуються на дві групи: лінійні і нелінійні. Лінійними називають динамічні системи, що містять тільки лінійні елементи. Якщо у вимірювальному приладі хоч би одна ланка є нелінійною, то такий прилад відносять до нелінійних динамічних систем.

Нелінійні вимірювальні прилади описуються нелінійними диференціальними рівняннями, що включають параметри ланок, які залежать від вхідної величини і від значення перешкоди. Усе різноманіття нелінійних систем може бути розділене на дві групи:

- прилади з істотно нелінійними характеристиками (до цього класу відносять прилади, що містять елементи, характеристики яких не можуть бути лінеаризовані в необхідному діапазоні без втрати їх істотних особливостей);
- прилади з несуттєво нелінійними характеристиками (прилади містять ланки, характеристики яких можуть бути лінеаризовані в досить широкому діапазоні без втрати їх істотних особливостей).

Аналіз істотно нелінійних приладів є дуже трудомістким завданням. При аналізі об'єктів з несуттєво нелінійними характеристиками передусім лінеаризують характеристику, а потім прилад розглядають як лінійну систему.

Власні динамічні погрішності підрозділяються на чотири типи:

1. Погрішності форми, які характеризують міру спотворення форми вихідного сигналу y(t) в порівнянні з вхідним сигналом *x(t)*:

$$\Delta y(t) = y(t) - x(t)\,. \tag{2.26}$$

2. Операційні погрішності, які характеризують міру спотворення передавальної функції по відношенню до статичного режиму:

$$\Delta W(p) = W(p) - W(0)\,. \tag{2.27}$$

3. Частотні погрішності, з яких можуть бути отримані амплітудні і фазові частотні погрішності, тобто спотворення амплітуди і фази залежно від частоти вхідного сигналу:

$$\Delta H(\omega) = H(\omega) - H(0)\,. \tag{2.28}$$

4. Погрішності перехідного процесу:

$$\Delta h(t) = h(t) - h(\infty)\,. \tag{2.29}$$

Праві частини виразів (2.26)–(2.29) є різниці між відповідними характеристиками реального і ідеального приладів. Видно, що динамічні погрішності тим менше, чим більше характеристики реального приладу наближаються до характеристик ідеального приладу. Якщо відоме одне з розглянутих рівнянь, то можна отримати будь-яке інше. Наприклад, якщо відомі операційні погрішності ΔW(p), то частотні погрішності виходять із співвідношення

$$\Delta W(p)\big|_{p=j\omega} = \Delta H(\omega)\,, \tag{2.30}$$

а похибки *Δy(t), Δh{t)* знаходять шляхом застосування зворотних перетворень Лапласа або Фур'є до $\Delta W(p)$чи $\Delta H(\omega)$відповідно.

2.3.2 Швидкість отримання інформації

У теорії інформації для оцінки динамічних властивостей систем зв'язку вводяться такі характеристики, як швидкість передачі інформації і пропускна спроможність. Перша з них служить для визначення кількості інформації, що передається досліджуваною системою зв'язку в одиницю часу при заданих властивостях джерела інформації. Друга – для оцінки максимально можливого значення швидкості передачі.

Динамічні властивості вимірювальних приладів зазвичай характеризують їх швидкодію. Проте це поняття у вимірювальній техніці не отримало однозначного і загальноприйнятого визначення.

В той же час швидкодію вимірювальних приладів можна характеризувати кількістю інформації, що отримується в одиницю часу. Достатня міра спільності пропонованої характеристики дозволяє використовувати її для порівняння між собою вимірювальних приладів незалежно від принципів їх побудови і конструктивних особливостей. По аналогії з теорією зв'язку таку характеристику вимірювальних приладів природно називати швидкістю отримання інформації. Її обчислення можна здійснювати двояким чином.

По-перше, може бути використана формула

$$r = \frac{I\,(x/z)}{\widetilde{T}_n} = \frac{\sum_j p\,(z_j)\,I\,(x/z_j)}{\sum_j p\,(z_j)\,\tau_j},$$

По-друге, обчислення величини, що характеризує швидкодію вимірювальних приладів, може ґрунтуватися на застосуванні формули

$$R = \sum_j p\,(z_j)\frac{I\,(x/z_j)}{\tau_j}$$

У загальному випадку при одних і тих же початкових даних значення величин r і R різні. Співпадаючі результати можуть і місце при виконанні хоч би однієї з двох умов :

$$1)\ \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_j = \ldots = \tau;$$

$$2)\ I\,(x/z_j)/\tau_j = \mathrm{const}.$$

Для того, щоб швидкість отримання інформації вимірювальних приладів досягла їх пропускної спроможності, досить виконати дві умови.

Перша з них вимагає, щоб виміри вироблялися через інтервал часу τ_0, протягом якого статистичні зв'язки між двома послідовними значеннями величини *x*, що реалізовуються зменшуються до рівня, що нехтує, тобто щоб виміри були незалежними. Таке положення часто має місце, наприклад, при широко поширених багатоточкових вимірах.

Друге з умов полягає в тому, що одновимірний закон розподілу вірогідності величини *x* має бути оптимальним по відношенню до того методу урівноваження, який покладений в основу даного вимірювального приладу.

Обчислення величини *R* і порівняння набутих значень для приладів, заснованих на різних методах урівноваження, дає рішення поставленої задачі. Проте велика трудомісткість такого способу очевидна.

2.3.2 Динамічний критерій на основі поняття неорганізованості

Під час виміру значення неорганізованості вимірюваної величини падає до деякого значення $\overline{O}_{ост}$, визначуваного погрішностями виміру (ділянка 1 на рис. 2.2). Потім неорганізованість починає рости (ділянка 2), досягаючи з часом максимального значення, яке можна оцінити ентропією *H*.

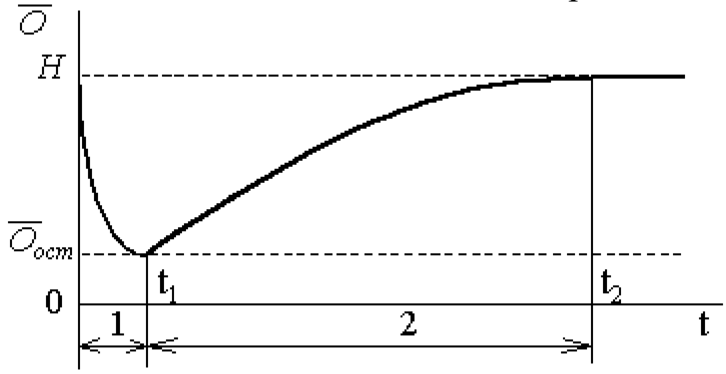


Рис. 2.2

Динаміка зростання неорганізованості на ділянці 2 представляється швидкістю створення неорганізованості

$$\upsilon_{соз} = d\overline{O} / dt,$$

а динаміка зменшення неорганізованості – швидкістю процесу виміру

$$\upsilon_{изм} = -d\overline{O} / dt.$$

Процес зростання неорганізованості можна апроксимувати експоненціальною залежністю

$$\overline{O} = \overline{O}_{ост} - (H - \overline{O}_{ост}) \cdot Ce^{-\alpha t}, \tag{2.31}$$

де C і α – постійні величини.

Форма кривої зміни неорганізованості на ділянці 1 визначається динамічними характеристиками вимірювальної системи, яка може представлена аперіодичною ланкою першо-другого порядку або коливальною ланкою.

Для спрощення апроксимуємо ділянку 2 кривій зростання неорганізованості лінійною функцією

$$\overline{O} = \overline{O}_{ост} + \upsilon_{ср} t, \tag{2.32}$$

де $\upsilon_{ср}$ – середня швидкість зростання неорганізованості. Звідси:

$$\upsilon_{ср} = \frac{\overline{O} - \overline{O}_{ост}}{t_2 - t_1}. \tag{2.33}$$

Статистичні зв'язки між значеннями вимірюваної величини в моменти часу t_1 і t_2 зменшуються до рівня, яким можна нехтувати. Тому інтервал $\tau_0 = t_1 - t_2$ можна розглядати як оптимальний інтервал між двома послідовними вимірами. Він визначається як мінімальний інтервал τ, приякомукоефіцієнткореляції $R(\tau)$ стає рівним нулю. Тоді з урахуванням (2.31):

$$\upsilon_{cp} = \frac{H(p) - \overline{O}_{ocm}}{\tau_0}. \quad (2.34)$$

Нехай час, необхідний для отримання результату виміру Y_j, є рівним T_j. До моменту отримання результату вимірювана величина вже матиме деяку неорганізованість $\overline{O}_T = \upsilon_{cp} T_j$, що характеризує динамічну погрішність вимірювальної системи.

Вважаючи, що такі джерела неорганізованості, як статичні погрішності виміру і запізнювання T_j, взаємно незалежні, загальну неорганізованість вимірюваної величини X в момент отримання результату Y_j визначимо таким чином:

$$\overline{O}(X/Y_j) = \overline{O}_{ocm} + \overline{O}_{T.}$$

Найбільша кількість інформації, яка може міститися в результаті виміруY_j,:

$$I(X/Y_j) = H(p) - \overline{O}(X/Y_j)$$

або

$$I(X/Y_j) = H(p) - \overline{O}_{ocm} - \upsilon_{cp} T_j. \quad (2.35)$$

Максимальна швидкість проходження інформації через вимірювальний пристрій

$$\upsilon_j = \frac{I(X/Y_j)}{T_j}.$$

Оскільки ймовірність отримання результату Y_j є рівною p_j, середня для усіх вимірів максимальна швидкість проходження інформації через вимірювальний пристрій може бути визначена як математичне очікування величини υ_j:

$$\upsilon = \sum_j p_j \frac{I(X/Y_j)}{T_j}. \quad (2.36)$$

Для того, щоб втрати інформації були малі, необхідно, щоб середня швидкість створення неорганізованості не перевищувала максимальну швидкість передачі інформації :

$$\upsilon_{cp} \le \sum_j p_j \frac{I(X/Y_j)}{T_j}.$$

Підставивши сюди вирази для υ_{cp}(4) та *I(X/Yj)* (5), після перетворень отримаємо:

$$\frac{2}{\tau_0} \le \sum_j p_j \frac{1}{T_j} = \frac{1}{T_{cp}},$$

де T_{cp} – середній час виміру.

Таким чином, $T_{cp} \le \frac{\tau_o}{2}$, тобто умовою мінімальних втрат інформації внаслідок динамічних погрішностей є застосування такої вимірювальної системи, у якої середній час виміру менше половини оптимального інтервалу вимірів.

Максимальну швидкість передачі інформації υ можна розглядати як реальну пропускну спроможність вимірювального пристрою.

Кількість інформації, яка дає вимірювальний пристрій

$$I = \sum_{j=1}^{m} p_j \log(mq_j). \qquad (2.37)$$

Підставивши в (2.36) вираження для кількості інформації (2.37), отримаємо з урахуванням того, що $\sum_{j=1}^{m} p_j \frac{1}{T_j}$ – математичне очікування $\frac{1}{T_{cp}}$:

$$\upsilon = \frac{1}{T_{cp}} \sum_{j=1}^{m} p_j \log(mq_j). \qquad (2.38)$$

Це динамічний критерій якості вимірювальної системи, що враховує її інерційні властивості, статистичні параметри вимірюваного сигналу, відносний рівень погрішностей і їх характер.

Тема 2.4 Оцінка інформаційної місткості моделі ЗВ

<u>Зміст</u>. Побудова математичної моделі ЗВ. Експериментальне визначення апріорної та апостеріорної ентропії. Кількість інформації у моделі

Методичні вказівки

Математична модель ЗВ визначає зв’язок між вихідним показником якості засобу *Y* і вектором *X* факторів, що впливають на вихідний показник. Модель звичайно будується статистичними методами. Проводиться експеримент і отримується вибірка значень цього показника та вибірка значень впливаючих факторів $X=\{x_1, x_2,., x_m\}$. Далі, використовуючи, наприклад, регресійний аналіз, отримують рівняння математичної моделі

$$\hat{Y} = f(x_1, x_1, ..., x_m), \qquad (2.39)$$

де $\hat{Y}$ – розрахована за рівнянням математичної моделі оцінка значення вихідного показника.

Кількість інформації, що отримується за рахунок знання характеристик взаємодії величин *Y* і *X*, дорівнює різниці ентропії системи, стан якої описується випадковою величиною *Y* (її можна представити у вигляді гістограми експериментальних даних), і умовної ентропії моделі системи Ŷ за умови, що кожен k -й ефект (k = l,., m), включений в модель (2.__), знаходиться в i -му стані (i = 1,.., *lj*):

$$I_{\hat{Y}\to X} = H(Y) - H(\hat{Y}/X), \qquad (2.40)$$

де $H(\hat{Y}/X)$ – умовна ентропія моделі системи $\hat{Y}$ відносно *X*.

Величина $H(Y)$ розраховується по формулі Шенона на основі результатів n вимірів :

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^{n} p(Y_j)\log_2 p(Y_j). \qquad (2.41)$$

Оцінками ймовірностей $P(y_j)$ будуть відносні частоти попадання спостережень величини Y у j-тий інтервал:

$$P(y_j) \approx \frac{N_j}{N}. \tag{2.42}$$

Нехай на вихідну величину моделі $\hat{Y}$ впливають m факторів. Вага k-го фактора

$$q_k = t_k \Big/ \sum_{k=1}^{m} t_k \tag{2.43}$$

де t_k – критерій Ст'юдента для відповідного k-го коефіцієнта у рівнянні регресії. Тоді умовна ентропія

$$H(\hat{Y}/X) = \sum_{k=1}^{m} q_k H_k(Y/X). \tag{2.44}$$

Часткові умовні ентропії розраховуються аналогічно (1.23):

$$H_k(Y/X) = -\sum_i P(x_i) \sum_j P(y_j/x_i) \log P(y_j/x_i) \tag{2.45}$$

Оцінками ймовірностей $P(x_i)$ будуть відносні частоти попадання спостережень величини x_k у i-тий інтервал:

$$P(x_i) \approx \frac{N_{ki}}{N}. \tag{2.46}$$

Для отримання оцінок ймовірностей $P(y_j/x_i)$ будуються двовимірні розподіли у виді $\hat{Y}_{kj}$ по моделі (2.39) с кожним фактором x_k, що входить у цю модель. Найзручніше це робити за допомогою таблиць двовимірного розподілу. Використовуємо формулу

$$P(y_j/x_i) \approx \frac{N_{kij}}{N_{ki}}. \tag{2.47}$$

Тоді кількість інформації у моделі

$$I_{\hat{Y}\to X} = -\sum_{j=1}^{n} \frac{N_j}{N} \log_2 \frac{N_j}{N} + \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{1} \sum_{j=1}^{n} \frac{t_k}{\sum_{k=1}^{m} t_k} \cdot \frac{N_{ki}}{N} \cdot \frac{N_{kij}}{N_{ki}} \cdot \log_2 \frac{N_{kij}}{N_{ki}}. \tag{2.48}$$

Змістовий модуль 3 – Інформаційна концепція невизначенності

Тема 3.1 Невизначеності вимірів і методи її оцінювання

<u>Зміст.</u>Вимоги нормативних документів. Керівництво по вираженню невизначеності вимірів. Типи обчислення стандартної невизначеності

Методичні вказівки

Відповідно до ДСТУ ISO/IEC 17025-2001, результати вимірів повинні включати характеристики невизначеності. Для їх розрахунку використовується Рекомендація INC-I "Вираження експериментальних невизначеностей", що дає класифікацію невизначеностей за типом А і В залежно від способу їх оцінки, вираження цих невизначеностей у вигляді дисперсій (стандартних відхилень) і коваріацій, спосіб їх підсумовування шляхом складання дисперсій і коваріацій і інтервальну оцінку як добуток сумарної невизначеності та коефіцієнта охоплення.

Таким чином стандартні невизначеності вхідних величин виражають у вигляді стандартних відхилень і знаходять статистичними і нестатистичними методами, отримуючи, відповідно, стандартні невизначеності типу А (u_A) чи стандартні невизначеності типу В (u_B). Стандартна невизначеність вимірів типу А відповідає середньому квадратичному відхиленню (СКВ) результату виміру (середнього арифметичного) *i*-тої вхідної величини, оціненому за результатами багатократних спостережень. Стандартна невизначеність типу В *i*-тої вхідної величини знаходиться залежно від апріорної інформації про мінливість вхідної величини.

Розвитком положень INC-1 з'явилося "Керівництво по вираженню невизначеності вимірів". У цих двох документах як основна форма вираження невизначеності нормується сумарна стандартна невизначеність, а інтервальна оцінка (розширена невизначеність) розглядається як додаткова, застосування якої передбачається "в особливих випадках".

Міждержавною радою зі стандартизації, метрології і сертифікації прийнято "Керівництво по вираженню невизначеності вимірів", у якому використані такі терміни як:

а) невизначеність (вимірів) - параметр, пов'язаний з результатом вимірів і такий, що характеризує розсіяння значень, які могли б бути обґрунтовано приписані вимірюваній величині;

б) стандартна невизначеність (u) - невизначеність результату вимірів, виражена у вигляді середнього квадратичного відхилення (СКВ);

в) сумарна стандартна невизначеність (u_c) - сумарна стандартна невизначеність;

г) розширена невизначеність (U) - величина, що визначає інтервал навколо результату вимірів, в межах якого, як можна чекати, знаходиться велика частина розподілу значень, які з достатньою основою могли б бути приписані вимірюваній величині.

Розрізняють також два типи обчислення стандартної невизначеності :

- обчислення за типом А - шляхом статистичного аналізу результатів багатократних вимірів;
- обчислення за типом В - з використанням інших способів.

Стандартна невизначеність, якщо відкинути деякі нюанси, співпадає з оцінюванням середньоквадратичного відхилення випадкової погрішності і обчислюється за результатами багаторазових спостережень.

Невизначеність типу В - це та частина невизначеності вимірів, яка отримана не в результаті повторних вимірів. Вона визначається на основі наукових суджень, які ґрунтуються на усій доступній інформації про можливу мінливість вхідної величини x_i. При обчисленні невизначеності вихідної (вимірюваною) величини, яка оцінюється за типом В, геометрично підсумовуються стандартні відхилення складових незалежно від закону розподілу щільності вірогідності.

Істотним недоліком цього підходу до розрахунку невизначеності є те, що відповідно до нього випадкова величина повністю характеризується дисперсією, яка у свою чергу є тільки однією з характеристик випадкового процесу. Для повного опису випадкової величини необхідно визначити закон розподілу вірогідності її значень.

Більш-менш повноцінно характеризують закон розподілу чотири параметри.

а) математичне очікування – середнє арифметичне значення усіх можливих реалізацій випадкової величини, які можуть з'явитися в ході випадкового експерименту.

б) дисперсія дискретної випадкової величини X – другий момент випадкової величини. Сенс дисперсії полягає в тому, що вона характеризує середній квадратичний розкид випадкової величини навколо свого математичного очікування.

в) третій момент випадкової величини X – асиметрія – величина, що характеризує відхилення розподілу цієї випадкової величини відносно математичного очікування. Коефіцієнт асиметрії позитивний, якщо правий хвіст розподілу довше лівого, і негативний інакше. Якщо розподіл симетричний відносно математичного очікування, то його коефіцієнт асиметрії дорівнює нулю.

г) четвертий момент випадкової величини - ексцес - міра гостроти піку розподілу випадкової величини.

Дисперсія однозначно може охарактеризувати тільки нормальний закон розподілу вірогідності. Для деяких інших законів розподілу вірогідності вводять поправочні коефіцієнти. Аналітичні методи розрахунку характеристик невизначеності у вимірах, які регламентується вітчизняними і міжнародними нормативними документами, орієнтовані в основному на лінійні функції. Як поступати загалом же випадку - невідомо. Для нелінійних модельних функцій пропонується використовувати числові методи розрахунку невизначеності, такі як метод числового диференціювання і метод імітаційного моделювання - метод Монте-Карло, але ці методи відрізняються трудомісткістю обчислень.

Тема 3.2 Оцінювання невизначеності при виборі оптимальної кількості вимірів і класу точності засобів вимірювальної техніки

Зміст. *Питома інформація як критерій оптимальності вимірів. Визначення оптимального числа вимірів*

Методичні вказівки

Одним з найбільш важливих і складних завдань метрологічного забезпечення виробництва є правильний вибір ЗВ. Оскільки ЗВ використовуються для вирішення дуже широкого круга різноманітних завдань, неможливо вказати єдині прийоми їх вибору, і залежно від цілей, заради яких виробляють виміри, і умов в яких вони здійснюються, можливі і різні підходи (методики).

Враховуючи вище сказане, математично процес виміру можна описати таким чином. Нехай проводиться N вимірів одного і того ж контрольованого параметра, внаслідок чого отримуємо ряд значень $z_1, z_2, ..., z_N$. Дійсне значення параметра в лежить в інтервалі $z_{ср} - \Delta \le z < z_{ср} + \Delta$ з довірчою ймовірністю P'. Довірчий інтервал Δ пов'язаний з кількістю вимірів N і довірчою ймовірністю P' таким чином

$$\Delta = \frac{\sigma' t_p}{\sqrt{N-1}}. \qquad (3.1)$$

де σ' — середнє квадратичне відхилення погрішності виміру; t_p - параметр, залежний від виду закону розподілу погрішності виміру, P' та N.

Поставимо задачу визначити клас точності ЗВ. що задовольняє цим вимогам Δ, P' (або розширена невизначеність і ймовірність охоплення відповідно до теорії невизначеності) деяким оптимальним чином.

Покладемо, що як критерій оптимальності вимірів прийнята питома інформація

$$h_1 = \frac{I}{N} біт / вимір. \qquad (3.2)$$

де I – кількість інформації при вимірі параметра z:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta) \log f(\Delta) d\Delta - \log \Delta. \qquad (3.3)$$

В даному випадку будемо припускати нормальний закон розподілу погрішності. Можна також використовувати моделі рівномірного, трикутного. Релея і навіть деяких бімодальних розподілів.

Показник h_1 є інформаційною ефективністю вимірів. Оптимальному класу точності ЗВ відповідатиме максимальне значення інформаційної ефективності. Для заданих значень t_p, N, P' можна розрахувати за допомогою ЕОМ значення функції h_1 і побудувати графіки, які дозволяють вибирати оптимальні кількості вимірів $N_{опт}$ і відносний довірчий інтервал Δ/σ' для заданих значень P'.

Ефективне (в сенсі h_1) використання ЗВ призводить до збільшення тривалості вимірів і неефективної роботи операторів. Тому для визначення оптимального числа вимірів слід мінімізувати цільову функцію:

$$C = C_{вим} N + C_{ЗВ}(100 - h_1), \tag{3.4}$$

а також розв'язати рівняння

$$\frac{dh_1}{dN} = \frac{C_{вим}}{C_{ЗВ}}. \tag{3.5}$$

де $C_{вим}$ - вартість вимірів без вартості $ЗВ$; $C_{ЗВ}$ - вартість ЗВ.

Отримані результати можуть бути використані при виборі ЗВ, які застосовуються при технічному контролі. Проте слід помітити що клас точності однозначно не визначає точність вимірів, яка залежить і від методу вимірів і від умов їх виконання.

Тема 3.3 Інформаційна невизначеність вимірів

Зміст.Оцінка невизначеності ЗВ через дезінформацію. Відносна невизначеність. Початкові дані для обчислення невизначеності. Методи оцінки інформаційної невизначеності

Методичні вказівки

Інформаційний підхід до оцінки невизначеності позбавлений перерахованих недоліків. Він ґрунтується на понятті корисної інформації Бонгарда

Вираження (1.11) є інформаційною оцінкою невизначеності виміру.

Для оцінки невизначеності засобів виміру потрібно порівняти дезінформацію, що вноситься засобом вимірів, з максимально можливою дезінформацією, яка має місце при $H = N(p/p) = 0$:

$$D_{max} = N(p/q) = -\sum_j p_j \log q_j \tag{3.6}$$

зручно використовувати відношення кількості дезінформації до максимально можливого, яке має місце при N(p/p)=0:

$$\nu = \frac{D}{D_{max}} = \frac{N(p/q) - N(p/p)}{N(p/q)} = \frac{\sum_j P(x_j)\log\frac{P(x_j)}{Q(x_j)}}{\sum_j P(x_j)\log Q(x_j)} = 1 - \frac{\sum_j P(x_j)\log P(x_j)}{\sum_j P(x_j)\log Q(x_j)}. \tag{3.7}$$

З рівняння (3.7) видно, що відносна невизначеність змінюється в інтервалі [0; 1]. Якщо $\nu = 0$, то невизначеності немає, прилад є ідеальним.

Відносну невизначеність зручно виражати у відсотках, для чого критерій (3.7) слід помножити на 100.

Для вимірюваної величини, що безперервно змінюється, слід йти класичним шляхом: розбити діапазон її зміни на невеликі ділянки Δx, визначити ймовірність попадання на ділянку як добуток густини ймовірностей на ширину ділянки і виконати граничний перехід для вираження (3.7) при $\Delta x \to 0$:

$$\nu = 1 - \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\log f(x)dx}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\log \varphi(x)dx}, \qquad (3.8\ )$$

де $f(x)$ и $\varphi(x)$ – густини ймовірностей вимірюваної величини і результату виміру.

Відносна невизначеність у виді (3.7) або (3.8) може бути використана для визначення класу точності засобу виміру.

Розрізняють два типи розрахунків невизначеності. Початковими даними для обчислення за типом А є результати багатократних вимірів. Як початкові дані для обчислення за типом В використовують:

- дані попередніх вимірів величин, що входять в рівняння виміру, :

- відомості про вид розподілу вірогідності :

- дані, засновані на досвіді дослідника або загальних знань про поведінку і властивості відповідних приладів і матеріалів :

- дані повірки, калібрування, відомості виготівника про прилад і тому подібне невизначеність цих даних зазвичай представляють у вигляді меж відхилення значення величини від її оцінки.

Виходячи з викладеного, можливі наступні методи оцінки інформаційної невизначеності.

За наявності можливості провести багатократні виміри розподіл $Q=\{Q(x_j)\}$ отримують статистичною обробкою вибірки результатів вимірів. Оцінкою ймовірності $Q(x_j)$ є частота попадань величини X в j-й інтервал розбиття діапазону $[x_{min}, x_{max}]$. У разі малої вибірки можна використовувати метод, описаний у п. 1.3 і заснований на методі рівночастотних інтервалів. Для отримання розподілу $P=\{P(x_j)\}$ слід аналогічним чином обробити дійсні (умовно-істинні) значення вимірюваної величини, отримані з використанням зразкових вимірювальних приладів. В крайньому випадку, можна прийняти гіпотезу про стандартний закон розподілу істинних значень вимірюваної величини. Як стандартний розподіл можна узяти нормальний, як найбільш поширений, або рівномірний, як що припускає найбільшу апріорну невизначеність вимірюваної величини.

Далі по формулі (1.34) розраховується невизначеність типу А для вимірів, по формулі (3.7) - для засобів вимірів.

Метод оцінки невизначеності типу В залежить від інформації, наявної у розпорядженні дослідника.

1. Дані попередніх вимірів величин, що входять в рівняння виміру $y = f(x_1, x_2, ...)$, дають можливість розрахувати значення невизначеності вхідних величин x_i вищевикладеними методами за типом А. За відсутності кореляції між вхідними величинами загальна невизначеність величини y. через адитивні властивості інформації, дорівнює сумі невизначеностейвхідних величин. Для корельованих величин слід використовувати умовну ймовірність.

2. Якщо є відомості про вид розподілу ймовірностей вимірюваної величини або вхідних величин рівняння виміру, оцінку невизначеності можна отримати аналітичним шляхом. Для цього вираження (1.34) слід представити в інтегральній формі:

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_j) \log \frac{f(x_j)}{\varphi(x_j)} dx;$$

3. Якщо відомі інтервальні оцінки результатів вимірів, то можна розглядати тільки дві ситуації: значення вимірюваної величини або накривається довірчим інтервалом, або лежить поза довірчим інтервалом. ймовірність першої ситуації дорівнює довірчій ймовірності β. ймовірність другої (1 - β). Невизначеність вимірів може бути розрахована по формулі

$$D = \beta \log \frac{\beta}{\alpha} + (1-\beta) \log \frac{1-\beta}{1-\alpha},$$

де α — апріорна (до отримання інтервальної оцінки) довірча ймовірність; β - апостеріорна довірча ймовірність.

4. Коли для оцінки невизначеності використовуються дані повірки, калібрування, відомості виготівника про прилад і т.п. у розпорядженні дослідника є зазвичай мінімум інформації : клас точності, допустима погрішність. В цьому випадку слід міркувати так. Якщо до отримання результату виміру область невизначеності вимірюваної величини лежить в межах діапазону виміру $[x_{min}, x_{max}]$ – то після отримання результату виміру x_j с абсолютною похибкою ±Δ. область невизначеності звужується до інтервалу $[x_i\text{-}\Delta, x_j+\Delta]$ (рис. 2.3).

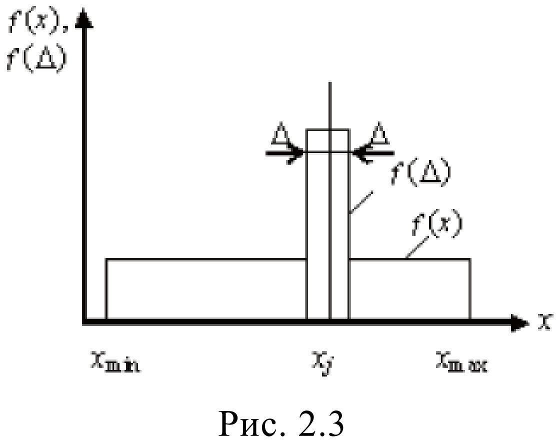


Рис. 2.3

Припустимо, що вимірювана величина *x* і похибка виміру Δ розподілені за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням. Густина ймовірності вимірюваної величини

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}e^{-x^2/\left(2\sigma_x^2\right)},$$

а густина ймовірності похибки

$$f(\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\Delta}e^{-x^2/\left(2\sigma_\Delta^2\right)},$$

де σ_x та σ_Δ - СКВ величин *x* та Δ відповідно.

Вважаючи, що результат виміру *y* = *x* + Δ, визначимо закон розподілу величини *y* як композицію законів розподілу величин *x* и Δ:

$$\varphi(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}}e^{-y^2/\left(2(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)\right)}.$$

Знаменник виражения (3.8) можна розглядати як математичне очікування логарифма величини φ(y):

$$M[\log\varphi(y)]=M\left[\log\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}}e^{-y^2/\left(2(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)\right)}\right]=$$

$$=M\left[\log\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}}\right]+M\left[\log e^{-y^2/\left(2(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)\right)}\right]=$$

$$=-\log\sqrt{2\pi(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}-\frac{\log e}{2(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}M[y^2] .$$

Враховуючи, що математичне очікування квадрата результату виміру є дисперсією, можна записати для незалежних один від одного *x* и Δ:

$$M[y^2]=D[y]=\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2.$$

Тоді

$$M[\log\varphi(y)]=-\log\sqrt{2\pi(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}-0,5\log e=$$

$$=-\log\sqrt{2\pi e(\sigma_x^2+\sigma_\Delta^2)}.$$

Вираження в чисельнику (3.8) є диференціальною ентропією h(x) величини x, узятою із зворотним знаком. Як відомо:

$$h(x)=-\log\sqrt{2\pi e}\sigma_x.$$

Таким чином, вираження (3.8) набуває наступного вигляду:

$$\nu = 1 - \frac{\log\sqrt{2\pi e}\sigma_x}{\log\sqrt{2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)}} = 1 - \frac{\log(2\pi e\sigma_x^2)}{\log[2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)]}.$$

Якщо, як показано на рис. 3.1. вимірювана величина рівномірно розподілена в інтервалі [x_{min}, x_{max}], то її дисперсія

$$\sigma_x^2 = (x_{max} - x_{min})^2 / 12$$

а диференціальна ентропія $h(x)$ = log(x_{max} — x_{min}). Дисперсіярівномірно розподіленій погрішності $\sigma_x^2 = \Delta^2 / 3$ Тоді відносна невизначеність

$$\nu = 1 - \frac{\log\left[2\pi e\frac{(x_{max} - x_{min})^2}{12}\right]}{\log\left\{2\pi e\left[\frac{(x_{max} - x_{min})^2}{12} + \frac{\Delta^2}{3}\right]\right\}} = 1 + \frac{\log\left[\frac{\pi e}{6}(x_{max} - x_{min})^2\right]}{\log\left\{\frac{\pi e}{6}\left[(x_{max} - x_{min})^2 + 4\Delta^2\right]\right\}}$$

або

$$\nu \approx 1 + \frac{\log\left[1,42(x_{max} - x_{min})^2\right]}{\log\left\{1,42[(x_{max} - x_{min})^2 + 4\Delta^2]\right\}} = 1 - \frac{0,51 + \log(x_{max} - x_{min})^2}{0,51 + \log[(x_{max} - x_{min})^2 + 4\Delta^2]}.$$

Цей вираз визначає зв'язок між похибкою і відносною невизначеністю засобів вимірів.

Тема 3.4 Використання інформаційного підходу при калібруванні ЗВ

<u>Зміст.</u> Якість повірки (калібрування) ЗВ. Інформаційна невизначеність у калібруванні

Методичні вказівки

3.5.1 Якість повірки (калібрування) ЗВ

Процес повірки засобів ЗВ є одним з основних завдань метрологічного забезпечення виробництва. Оцінка показників якості процесу перевірки ЗВ є важливим показником технологічного процесу, що забезпечує отримання достовірних результатів вимірів технологічних параметрів систем і устаткування, важливих для безпеки, а також для забезпечення безпечних умов проведення робіт, що виконуються персоналом.

Для визначення процедур і показників контролю якості повірки ЗВ необхідно вирішити наступні завдання:

- аналіз вимог нормативних і виробничих документів, що регламентують вимоги до процедури повірки;
- визначення і виявлення чинників і причин, що впливають на якість повірки;
- впорядкування показників якості повірки, розробка класифікації показників, проведення експертної оцінки рівня якості повірки ЗВ і розрахунок комплексного показника якості перевірки.

Необхідність використання статистичних методів обґрунтована мінливістю, спостережуваною в процесі перевірки ЗВ, яку необхідно виміряти, описати і проаналізувати.

Як джерела даних для статистичної обробки використовуються:

- вимоги методик по перевірці (калібруванню) ЗВ, програм метрологічної атестації ЗВ;
- реєстровані дані за результатами перевірки (журнали, протоколи, бази даних);
- інформація про вживані операції, реєстрація даних контролю ЗВ (ремонт, технічне обслуговування).

За результатами аналізу вимог документів розробляється причинно-наслідкова діаграма чинників, що впливають на якість процесу перевірки. Причинно-наслідкова діаграма є ефективним засобом для організації і показу різних гіпотез, що об'єднують потенційні причини, що впливають на якість перевірки ЗВ, з виникаючими наслідками.

3.5.2 Інформаційна невизначеність у калібруванні

У нормативних документах типу ДСТУ ISO/IEC 10012-2005 вказується, що при калібруванні засобів виміру необхідно враховувати невизначеність вимірів. На жаль, в рекомендованих методичних матеріалах, таких як РМГ 43-2001, немає вказівок, як використовувати концепцію невизначеності в ході калібрування вимірювальних приладів.

У працях Міжнародної Організації Законодавчої Метрології OIML пропонується приймати рішення про відповідність приладу специфікаціям ISO, якщо:

а) значення інструментальної погрішності Δx інструменту, що калібрується, задовольняє умові

$$|\Delta x| \le MPE - U_{95},$$

де MPE – значення заданих меж погрішності; U_{95} – фактична розширена невизначеність виміру, пов'язана зі значенням інструментальної похибкиΔx;

б) розширена невизначеність виміру, пов'язана з інструментальною погрішністю, для ймовірності охоплення 95% мала в порівнянні зі встановленими межами погрішності.

Таким чином, доводиться повертатися до традиційних підходів, заснованих на оцінці погрішності виміру, з усіма їх недоліками, які і зумовили необхідність підходу з позиції невизначеності.

Для вирішення виниклих проблем доцільно використовувати інформаційний підхід.

Для ухвалення рішення про придатність засобу виміру доцільно використовувати відносну оцінку невизначеності (3.7), яка змінюється в інтервалі [0; 1]. Якщо v прагне до 0, те невизначеність зникає, засіб виміру абсолютно точний.

Відносну невизначеність слід виражати у відсотках і вказувати в технічній документації засобів вимірів. У перехідній період вона може застосовуватися разом з класом точності.

В ході калібрування засобу виміру необхідно оцінити відповідно до (3.7) або (3.8) відносну невизначеність і порівняти зі значенням, вказаним в документації на пристрій, що калібрується.

Змістовий модуль 4 –Ефективність вимірювальних інформаційних систем

Тема 4.1 Показники ефективності систем

<u>Зміст.</u> Визначення ефективності інформаційної системи. Критерій ефективності (КЕ). Вимоги до узагальненого показника ефективності.

Методичні вказівки

При розробці різних систем (управління, контролю, інформаційно-вимірювальних та ін.) часто виникає необхідність оцінити доцільність використання того або іншого варіанту системи і вибрати оптимальний. Об'єктивна оцінка оптимальності системи може бути отримана на основі показника її ефективності. У загальному випадку під ефективністю системи розуміють пристосованість її для вирішення поставленого завдання. При оптимізації системи необхідно, по-перше, правильно сформулювати завдання, яке вона повинна виконувати, і, по-друге, мету оптимізації. Отже, отримання оптимального рішення пов'язане з вибором показника ефективності і одночасною розробкою методу (критерію) оцінки ефективності по цьому показнику. Стосовно до автоматизованих систем доцільно уточнити, що задачею є одержання інформації в необхідному обсязі при заданих витратах економічних, енергетичних чи інших ресурсів.

Необхідність оцінки ефективності ВІС зумовила розробку (синтез, формування) показників ефективності систем, бажано узагальнених, якими можна було б скористатися на практиці для порівняння різних варіантів систем.

Ефективність інформаційної системи – це здатність її забезпечувати передачу, приймання. обробку, перетворення і подання інформації найекономічнішим способом. Одним із найважливіших критеріїв оцінки ефективності інформаційної системи є швидкість передачі інформації:

$$v = \frac{I}{T},$$

де I – кількість інформації, що передається за час Т.

Для порівняльної оцінки ефективності різних систем використовується критерій питомої швидкості передачі інформації:

$$R_п = \frac{v}{F} = \frac{I}{FT},$$

де F – смуга частот сигналу.

Точність вимірів, інформативність і ефективність процесу вимірювального перетворення близькі по сенсу. Для поліпшення цих показників необхідно забезпечувати підвищення чутливості перетворювача по відношенню до вимірюваного сигналу і знижувати чутливість по відношенню до дестабілізуючих чинників. З математичних позицій цього можна добитися тільки за рахунок реалізації нелінійності процесу вимірювального перетворення $y=f(x)$, що забезпечує посилення корисного сигналу і послаблення впливу дестабілізуючих чинників (рис. 2.4).

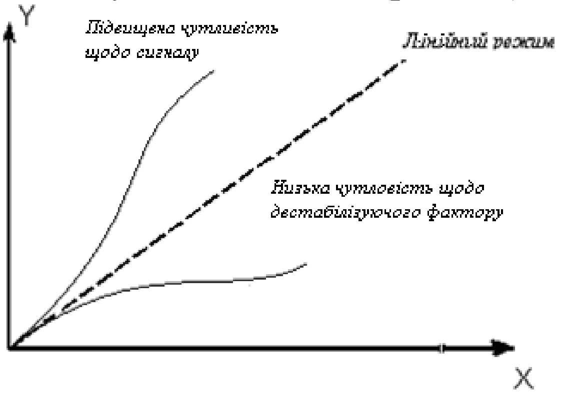


Рис. 2.4

У зв'язку з цим можна зробити висновок про те, що для підвищення інформативності вимірювального пристрою необхідно забезпечити нелінійність на усіх етапах перетворення вимірювального сигналу. На етапі первинного вимірювального перетворення цього можна досягти за рахунок використання нелінійних фізичних явищ, матеріалів, режимів роботи вимірювального перетворювача, відповідної геометрії чутливого елементу, за рахунок посилення сигналу, збільшення числа перетворювачів і тому подібне. При передачі вимірювальної інформації по каналах зв'язку також необхідно здійснювати нелінійні перетворення сигналу: модуляцію, дискретизацію, квантування, кодування, аналогово-цифрове перетворення вимірювального сигналу. На етапі обробки вимірювальних сигналів нелінійність функції перетворення може бути забезпечена за рахунок накопичення і статистичної обробки результатів багатократних вимірів, за рахунок реалізації нелінійних алгоритмів і принципів обробки вимірювальної інформації, реалізації нелінійних процесів в складних динамічних системах тощо.

Для чисельної оцінки ефективності будь-якої системи необхідний критерій ефективності (КЕ). Значення КЕ визначається процесом функціонування системи і може представлено у вигляді деякого функціонала

$$\mathrm{W}=\mathrm{W}(K,V,X),$$

де K – вектор параметрів, що визначають стан системи, V – вектор параметрів, що характеризують вплив зовнішнього середовища, X – вектор параметрів вимірюваних величин.

Розробка узагальненого показника ефективності є справою надзвичайно складним. Це визначається, передусім, вимогами, що пред'являються до нього:

а) він має бути функцією усіх найважливіших характеристик системи,

б) відбивати якість виконання системою поставлених функцій і завдань,

в) мати простий фізичний сенс.

Як бачимо, ці вимоги суперечливі. Тому, ніж повніше узагальнений показник повинен відбивати властивості системи, тим складніше за нього сформувати. Загальний підхід до синтезу КЕ системи повинен базуватися на наступних положеннях:

а) ефективність системи визначають шляхом порівняння її з деякою інший системою-аналогом;

б) КЕ представляють у вигляді суми часткових показників з деякими ваговими коефіцієнтами; у простому випадку узагальнений показник записують у вигляді лінійної суми

$$W = \sum p_i \times W_i \,, \tag{4.1}$$

де W_i – частковий показник, що характеризує i -й варіант системи або її властивість, p_i – коефіцієнт, що визначає важливість цього приватного показника (його "вага" або "внесок") у складі узагальненого (найчастіше вагові коефіцієнти визначаються на основі методу експертних оцінок);

в) при виборі узагальненого показника встановлюють (якщо це вдається) взаємозв'язок між набором технічних характеристик системи і її вартістю, надійністю, ремонтопридатністю, масою, об'ємом і т. д.

При формуванні показника ефективності ВІС і розробці критерію оцінки ефективності по цьому показнику прийнято наступне положення: будь-який критерій, що розробляється, має бути конструктивним, тобто повинен дозволяти визначати чисельне значення показника ефективності, яке давало б можливість оцінити ефективність системи самої по собі (з точки зору наближення до потенційної досконалості) і відносно однотипних систем.

Тема 4.2 Інформаційний критерій ефективності

<u>Зміст.</u> Кількість інформації, що отримується в інформаційно-вимірювальній системі. Критерій, що враховує точність роботи системи

Методичні вказівки

Кількість інформації, що отримується в інформаційно-вимірювальній системі від об'єкту виміру за інтервал часу τ, є рівною

$$I_p(t,\tau) = H_0(t,\tau) - H(t,\tau) \,, \tag{4.2}$$

де $H_0(t,\tau)$ – початкова ентропія, що характеризує невизначеність об'єкту виміру і ВІС до виконання виміру; $H(t,\tau)$ – залишкова ентропія, що характеризує залишкову невизначеність після виконання вимірів.

Рівність (4.2) характеризує реальну інформаційну систему, потенційна можливість якої визначається таким чином:

$$I_n(t,\tau) = H_0(t,\tau) \,. \tag{4.3}$$

Ефективність ВІС з інформаційної точки зору можна оцінити критерієм

$$W_1(t,\tau)=\frac{I_p(t,\tau)}{I_n(t,\tau)}=\frac{H_0(t,\tau)-H(t,\tau)}{H_0(t,\tau)}. \qquad (4.4)$$

Цей критерій має наступні достоїнства:

- він має конкретний фізичний сенс і дійсно характеризує ефективність системи однозначним числом, що змінюється від 0 до 1, при цьому ідеальна система, що виконує вимір без погрішності (без втрат інформації), має ефективність, рівну 1. Для будь-кого реальною ВІС показник $W_1(t,\tau) < 1$, при $W_1(t, \tau) \le 0$ застосовувати ВІС не має сенсу, оскільки вона не дає інформації;
- критерій досить повно враховує точність роботи системи і якість алгоритму її роботи.

Разом з вказаними достоїнствами інформаційний критерій (4.4) має наступні істотні недоліки:

- не враховує складності і вартості не лише процесу виміру, але і самій ВІС, а також деяких інших показників (вага, енергоспоживання, надійність та ін.), які залежно від умов застосування системи можуть виявитися важливими;
- є статистичною оцінкою ефективності системи, що не враховує динаміки досліджуваного процесу і динаміки самої системи.

Тема 4.3 Узагальнений статистичний критерій

Методичні вказівки

Критерієм, що не має недоліків інформаційного, можна вважати узагальнений статистичний критерій:

$$W(t,\tau)=\frac{K_I(t,\tau)}{K_{I0}(t,\tau)}. \qquad (4.5)$$

Тут $K_I(t,\tau)=\left[I_{max}(t,\tau)/C(t,\tau)\right]$ – узагальнена статистична характеристика реальної системи;

$I_{max}(t,\tau)=\sum_{i=1}^{m} I_{i\,max}(t,\tau)$ – максимальне значення середньої кількості інформації, що отримується за *m* дослідів, що виконуються найкращою ВІС;

$C(t,\tau)=W_\Sigma(t,\tau)$ – математичне очікування вартості реальної ВІС;

$K_{I0}(t,\tau)=\left[I_{maxmax}(t,\tau)/C_{min}(t,\tau)\right]$ – узагальнена "потенційна" статистична характеристика ідеальної системи;

$I_{maxmax}(t,\tau)$ - максимальне значення середньої кількості інформації, що отримується за m дослідів, що виконуються найкращою ВІС при максимальній невизначеності об'єкту виміру (наприклад, водного середовища - при виконанні гідрофізичних досліджень);

$C_{min}(t,\tau)=W_W(t,\tau)$ – вартість ідеалізованої системи.

Перевагою узагальненого статистичного критерію оцінки ефективності ВІС являється повнота, наочність, порівняльна простота і спільність, яка дозволяє одним числом характеризувати не лише усю систему, але і її складові частини. Узагальнений статистичний критерій для систем, що дають інформацію, може змінюватися в діапазоні $0 < W(t, \tau) \leq 1$; недосконалі системи мають $W(t, \tau) \leq 0$.

Таким чином, для оцінки ефективності ВІС за інформаційним критерієм необхідно визначити відповідні ентропії і використовувати формулу (4.4), підрахувати ефективність системи. З урахуванням вартості інформаційну оцінку ефективності системи можна виконати по формулі (4.5) з урахуванням її первинної і реальної вартості.

Тема 4.4 **Критерій ефективності функціонування складної системи**

Зміст. Особливості оцінювання ефективності функціонування складної системи. Урахування різних критеріїв: інформаційного, технічного, вартісного, експлуатаційного

Методичні вказівки

Автоматичні і автоматизовані ВІС відносяться до складних систем, які характеризуються не лише великою кількістю структурних елементів, але і складністю внутрішньої структури (зворотними зв'язками, різного роду надмірностями і тому подібне). Складна система в процесі функціонування переходить з одного стану в інше через зміни стану елементів, що входять до її складу. Процес зміни станів складної системи в часі називають еволюцією, а послідовність таких станів в часі – траєкторією еволюції. Ефективність складної системи залежить від конкретної траєкторії еволюції її станів в процесі функціонування.

Нехай в процесі еволюції система приймає ряд можливих станів $S_0, S_1, S_2 \ldots S_n$ с з ймовірностями $P_0, P_1, P_2 \ldots P_n$. Оскільки усі можливі стани складної системи складають повну групу подій,

$$\sum_{i=0}^{n} P_i = 1 .$$

Нехай показники технічної ефективності станів $S_0, S_1, S_2 \ldots S_n$складної системи відповідно рівні $W_0, W_1, W_2 \ldots W_n$. Тоді ефективність функціо нування складної системи можна визначити як математичне очікування показників технічної ефективності по формулі

$$W = W_0 \cdot P_0 + W_1 \cdot P_1 + W_2 \cdot P_2 + \ldots + W_n \cdot P_n. \tag{4.6}$$

На основі узагальненого показника ефективності функціонування складної системи (4.6) можна синтезувати показники ефективності ВІС з урахуванням різних критеріїв: інформаційного, технічного, вартісного, експлуатаційного та ін. Для обліку міри впливу надійності і технічної готовності на загальну ефективність системи використовується показник експлуатаційної придатності системи:і

$$P_{эпр}(t) = \frac{W(t)}{W_0(t)}, \tag{4.7}$$

де W(t) – ефективність використання реальної системи з урахуванням її підготовки до застосування; $W_0(t)$ – ефективність ідеальної (у сенсі надійності і технічної готовності) системи, тобто такої, яка не має відмов і не вимагає виконання операцій на підготовку.

Тема 4.5 **Оцінка ефективності комп'ютерно-інтегрованих систем**

<u>Зміст.</u> Складові ефективності комп'ютерно-інтегрованих систем. Граф аналізу ефективності (ГАЕ). Система рівнянь вершин ГАЕ

Методичні вказівки

Ефективність комп'ютерно-інтегрованих систем має ряд складових, з них найбільш важливою є надійність. Надійність характеризує поводження технічного засобу в часі і є узагальненим поняттям, що включає в себе безвідмовність, довговічність, ремонтопридатність і зберігаємість. Другою складовою ефективності є точність одержання інформації.

Крім того, на ефективність систем впливають помилки, допущені при їх проектуванні, якщо не враховуються реально існуюча неточність і неповнота апріорної інформації про фізико-хімічні властивості процесів, що мають місце об'єкті управління. У цьому випадку будемо говорити про надійність проектування.

Уведемо наступні основні визначення.

Критерієм мети функціонування системи будемо називати кількісно визначену в просторі його станів область значень величин, що її характеризують, відповідну нормальному функціонуванню системи. Ціль буде вважатися досягнутою, якщо вектор параметрів критерію мети X знаходиться в границях цієї області. Розташування границь може мати випадковий характер, наприклад, у випадку застосування інтервальних оцінок для параметрів критерію мети.

Для оцінки ступеня досягнення мети функціонування системи доцільно застосовувати поняття неорганізованості. Неорганізованість будемо оцінювати формулою невизначеності Бонгарда (1.10).

У тому випадку, якщо критерій мети оцінюється інтервальною оцінкою, то існують тільки два варіанти: чи значення параметра мети накривається довірчим інтервалом *Δ*, чи ні. Причому імовірність першої ситуації оцінюється як *β* (довірча імовірність), імовірність другої – як (1–*β*). У цьому випадку

$$\overline{O} = \beta \log \frac{\beta}{\alpha} + (1-\beta) \log \frac{1-\beta}{1-\alpha}. \tag{4.26}$$

де *α* – апріорна (до одержання інтервальної оцінки) довірча імовірність; *β* – апостеріорна довірча імовірність. Для апріорної довірчої імовірності може бути обране значення, що звичайно застосовується в технічних розрахунках: *α* = 0,95.

Міра неорганізованості дозволяє досить просто оцінювати вплив різних складових ефективності. Проілюструємо це прикладом урахування технічної надійності і надійності проектування. Нехай функція перетворення системи має вигляд $y = f(K,x)$, де y – результат виміру, x – вимірювана величина, K – деякий невизначений параметр. Значення величини y знаходиться в довірчому інтервалі Δ_y з імовірністю β_y. Розглянемо дві події. Подія A полягає в тому, що довірчий інтервал не накриває значення величини y внаслідок наявності невизначеності K. Імовірність події $P(A) = 1 - \beta_y$. Подія B полягає в тому, що значення величини y не попадає в довірчий інтервал унаслідок технічної відмови системи. Імовірність такої події дорівнює імовірності відмови P_o. Розглянемо також третю результуючу подію R, що складається в тім, що y не знаходиться в довірчому інтервалі з кожної з причин, чи то внаслідок події A, чи то внаслідок події B. Подія R є диз'юнкція подій A та B. Відповідно ймовірність події R:

$$P(R) = P(A \vee B) = P(A) + P(B) + P(A) \cdot P(B). \quad (4.27)$$

При цьому довірча імовірність для довірчого інтервалу Δ_y з урахуванням впливу обох факторів буде

$$\beta = 1 - P(R) = \beta_y + \beta_y \cdot P_o. \quad (4.28)$$

Обчислене за допомогою (4.27) і (4.28) значення неорганізованості буде враховувати вплив характеристик технічної надійності і надійності проектування. Приведені викладення можна розширити і для інших складових ефективності комп'ютерно-інтегрованих систем.

Завдяки адитивним властивостям інформації загальний інформаційний критерій ефективності (з урахуванням усіх факторів, що впливають на ефективність) може бути отриманий як сума окремих складових, відповідних статистично незалежним джерелам неорганізованості, таким як неточність інформації, відмови технічних і програмних засобів, неточність і неповнота знань проектантів.

Методика розрахунку значень загального інформаційного критерію ефективності полягає в наступному.

Будемо використовувати топологічну модель системи у виді графа аналізу ефективності (ГАЕ), що відображає ієрархію цілей функціонування системи (рис. 4.22). Цілі функціонування зображуються вершинам графа, зв'язки між цілями – дугами. На верхньому рівні розташовується вершина, що відповідає глобальній меті функціонування системи, на більш низькому рівні - вершини підцілей, виконання яких є необхідним для виконання вищестоящої цілі і т.д. до найнижчих "незалежних" вершин.

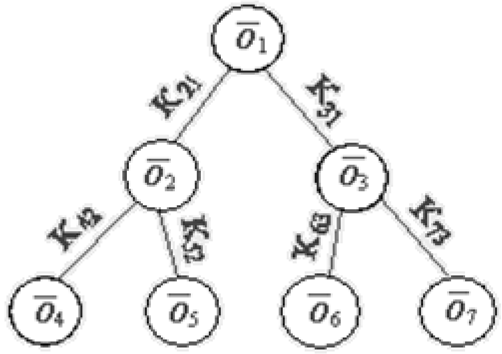


Рис. 4.22 - Приклад ГАЕ

Кожній вершині ГАЕ ставиться у відповідність значення неорганізованості функціонування у відношенні даної мети. Крім таких основних вершин уводяться також додаткові вершини, що відповідають тим чи іншим джерелам неорганізованості. Далі розв'язується система рівнянь вершин графа

$$\overline{O}_i = \sum K_{ij} \overline{O}_j, \tag{4.29}$$

де індекс *j* відповідає під цілям *i-тої* мети функціонування, K_{ij} – коефіцієнт передачі дуги, що зв'язує *j*-ту вершину з *i*-тою. У найпростішому випадку коефіцієнти передачі дуг приймаються рівними одиниці.

У матричному виді система рівнянь вершин ГАЕ представляється в такий спосіб:

$$[A] \times [\overline{O}] = [B], \tag{4.30}$$

Тут $[A]$ – квадратна матриця розмірності $n \times n$, де n – число «залежних» вершин ГАЕ, тобто вершин, що мають вхідні дуги. Елементи матриці розраховуються в такий спосіб:

$$a_{ij} = -K_{\mathrm{ij}} \text{ при } i \neq j;$$
$$a_{ij} = -K_{\mathrm{ij}} + 1 \text{ при } i = j,$$

де i – номер рядка, j – номер стовпця.

$[B]$ – стовпець розмірності n, елементи його визначаються виразами вигляду

$$b_i = \sum_{k=n+1}^{m} \overline{O}_k K_{ki} + \sum_{l=m+1}^{N} \overline{O}_l^{\,*} K_{li}, \tag{4.31}$$

де N – загальне число вершин графа; m – число основних вершин («залежних» і «незалежних» разом); $m–n$ – число «незалежних» вершин, що не мають вхідних дуг; $N–m$ – число додаткових вершин, неорганізованість яких помічена зірочкою.

Значення неорганізованості для «незалежних» вершин вважаються відомими і незалежними від функціонування даної системи. У найпростішому випадку їх можна вважати рівними нулю. Якщо ж треба враховувати зовнішні фактори, то повинні бути визначені значення неорганізованості відповідних «незалежних» вершин. Неорганізованість додаткових вершин може бути розрахована, наприклад, за значеннями ймовірностей відмов за допомогою виразів типу (4.28).

3 ПРОРОБКА РОЗДІЛІВ, ЯКІ НЕ ВИКЛАДАЮТЬСЯ НА ЛЕКЦІЯХ

Студенти самостійно готують тему «Методи ущільнення інформації». В ході роботи над темою необхідно розкрити наступні питання:

Класифікація методів ущільненя

Ущільнення об'ємних даних методом кодування довжин серій

Ущільнення методом LZ

Ущільнення методом Хаффмана

Пакети прикладних програм ущільнення даних

Тема викладається у вигляді зв'язного рукописного тексту українською мовою. Як джерело можна використовувати матеріали мережі Інтернет.

5 ПІДГОТОВКА ТА СКЛАДАННЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

Методи підсумкового контролю з дисципліни передбачені такі як:

- підсумкове тестування за темами лекційного курсу;
- екзамен або диференціальний залік.

Екзамен (диференціальний залік) складається письмово по білетах, що містять теоретичне питання і задачу.

4 РЕЙТИНГОВА КАРТА

Кафедра КІТіА Рейтингова карта за дисципліною **Теорія інформації**

Факультет КНтаІ Група 4АВП

Навчальний рік 2021-2022 Семестр 7

Види робіт	Тетраместр 14									
	тижні									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Сума
Відвідування лекцій										
Тестування, експрес-контроль за лекційним курсом										
Модульні контрольні роботи (тести)								40		40
Відвідування практичних занять										
Активна робота на практичних заняттях: вирішення задач				24				26		50
Виконання та захист лабораторних робіт										
Тестування, експрес-контроль за практичним курсом										
Семінари, тематичні опитування										
Домашні завдання								10		10
Індивідуальні завдання										
Курсові роботи та проекти										
Сума										100

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бонгард, М.М. Проблемы узнавания. – М.: Наука, 1967. – 320 с.
2. Горский, Ю.М. Информационные аспекты управления и моделирования / Ю.М. Горский. – М., Наука, 1978. – 223 с.
3. Мальцев, Н.Н. Информационные характеристики технологических измерительных приборов / Н.Н. Мальцев, Г.И. Манко // Известия высших учебных заведений. Приборостроение – 1978. – № 8. С. 8–13.
4. Манко, Г.И. Использование информационных характеристик для оценки неопределенности измерений / Г.И. Манко, Н.С. Шевчук // Системы обработки информации. – Харьков. – 2008. – №8. – С. 82–84.
5. Манко, Г.И. Методы оценки информационной неопределенности средств измерений / Г.И. Манко, Н.С. Шевчук, Н.А.Минакова, Е.В. Лещенко// Системы обработки информации. – Харьков. – 2009. – №3. – С. 46–49.
6. Новицкий, П.В. Основы информационной теории измерительных устройств / П. В. Новицкий. – Л. : Энергия, 1968. – 248 с.
7. Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л. : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
8. Орнатский, П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П.П. Орнатский. – К. : Вища школа, 1983 – 545 с.
9. Соболев, В.И. Информационно-статистическая теорія измерений : Уч. пособие для вузов / В.И. Соболев. – М. : Машиностроение, 1983 – 224 с.
10. Таланчук, П.М. Засоби вимірювання в автоматичних інформаційних та керуючих системах : Підручник для студентів вузів / П.М. Таланчук, Ю.О. Скрипник, В.О. Дубровний. – К. : Райдуга, 1994. – 672 с.
11. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. М.: Изд-воиностр. лит., 1963. – 830 с.