# ТЕМА 2 ІНФОРМАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛІВ

**Задача 2.3.** Визначити ентропію повідомлень системи, яка контролює параметр $X$. Параметр $X$ може набувати значень: $x_1$ – норма; $x_2$ – більше норми; $x_3$ – менше норми з ймовірностями: $P(x_1)=0,8$; $P(x_2)=0,05$.

## Розв'язування

Події, що складаються у набуванні параметром X значень x1, x2, x3 утворюють повну групу подій. Сума усіх імовірностей цих подій дорівнює одиниці. Тому

$P(x_3) = 1 - P(x_1) - P(x_2) = 1 - 0,8 - 0,05 = 0,15$

Інформаційна ентропія повідомлень:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{3} P(x_i)\log P(x_i) = -0{,}9\cdot\log_2 0{,}9 - 0{,}05\cdot\log_2 0{,}05 - 0{,}15\cdot\log_2 0{,}15 = 0{,}884 \text{ біт.}$$

**Задача 2.5.** Визначити диференціальну ентропію вимірів величини $X$, якщо її значення розподілені за експоненціальним законом:

$$f(X) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda X} \text{ при } X \geq 0; \\ 0 \text{ при } X < 0. \end{cases}$$

Значення $\lambda$ прийняти рівним номеру варіанта, поділеному на 10.

## Розв'язування

Нехай номер варіанта 25. Тоді $\lambda=2,5$.

Підставимо задану густину ймовірності в формулу диференціальної ентропії:

$$h(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\log f(x)dx = -\int_{-\infty}^{\infty} \lambda e^{-\lambda X} \log_2 \lambda e^{-\lambda X} dx = -\int_{-\infty}^{\infty} 2{,}5e^{-2{,}5x} \log_2 2.5e^{-2.5x} dx.$$

$$h(X) = -2{,}5\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2{,}5x}(\log_2 2.5 + \log_2 e^{-2.5x})dx = -2{,}5\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2{,}5x}(1{,}322 - 2{,}5x\log_2 e)dx$$

$$h(X) = -2{,}5\cdot 1.322\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2{,}5x}dx - 2{,}5\cdot 2{,}5\log_2 e\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2{,}5x}xdx = -3{,}305\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2{,}5x}dx - 9\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2{,}5x}xdx.$$

Оскільки при $x<0$ $f(x)=0$, можна інтегрувати в межах від нуля до нескінченності.

Знайдемо перший інтеграл:

$$\int_0^{\infty} e^{-2{,}5x}dx = \left.\frac{e^{-2{,}5x}}{-2{,}5}\right|_0^{\infty} = 0 - \frac{1}{-2{,}5} = 0{,}4.$$

Другий інтеграл знаходимо методом інтегрування по частинах:

$$\int_a^b u(x)\cdot v'(x)dx = \left.u(x)\cdot v(x)\right|_a^b - \int_a^b u'(x)\cdot v(x)dx.$$

Позначимо $u(x) = x$, $u'(x) = 1$, $v'(x) = e^{-2{,}5x}$, $v(x) = \frac{1}{-2{,}5}e^{-2{,}5x} = -0{,}4e^{-2{,}5x}$, тоді

$$\int_0^{\infty} xe^{-3x}dx = \left.x(-0{,}4e^{-2{,}5x})\right|_0^{\infty} - \int_{\infty}^{0} 1\cdot(-0{,}4e^{-2{,}5x})dx = \left.-0{,}4xe^{-2{,}5x}\right|_0^{\infty} + 0.4\left(\left.\frac{e^{-2{,}5x}}{-2{,}5}\right|_{\infty}^{0}\right) = 0 - 0 + 0{,}4\left(\frac{1}{-2.5} - 0\right) = -0$$

.

Таким чином:

$h(X) = -3{,}305\cdot 0{,}4 - 9\cdot(-0.16) = -1{,}322 + 1.44 = 0{,}118$ біт.

**Задача 2.11** виконується аналогічно до задачі 2.6 у методичці.