ОПЕРАЦІЇ З СИГНАЛАМИ

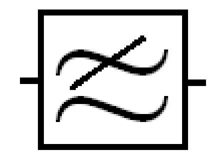
Стосовно сигналів КІСУ здійснюються операції фільтрації, квантування, дискретизації у часі, кодування і модуляції.

Фільтрація сигналів

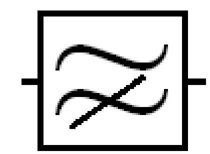
Аналоговим фільтром називається частотно-селективне коло, яке забезпечує пропущення сигналів в одних смугах частот і подавлення в інших. Область частот, які фільтр пропускає, називають смугою пропущення або смугою прозорості, а область частот, в якій послаблення сигналу велике – смугою затримування або смугою непрозорості. Частота, що лежить на межі цих смуг, називається частотою зрізу $f_{з}$.

У залежності від розташування смуги прозорості на шкалі частот розрізнюють:

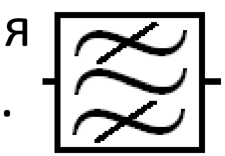
- фільтри нижніх частот (ФНЧ), що пропускають без великого ослаблення коливання всіх частот нижче за частоту зрізу $f_{з}$;



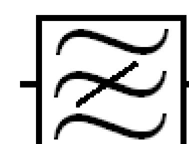
- фільтри верхніх частот (ФВЧ), що пропускають без великого ослаблення коливання всіх частот вище за частоту зрізу $f_{з}$;



- смугові фільтри (СФ), що пропускають без великого ослаблення коливання смуги частот від частоти зрізу $f_{з1}$ до частоти зрізу $f_{з2}$.



- загороджуючі або режекторні фільтри (РФ), що ослабляють коливання смуги частот від частоти зрізу $f_{з1}$ до частоти зрізу $f_{з2}$.



Характеристики фільтрів

Ослаблення сигналу фільтром оцінюють відношенням напруги $U_{вх}$ на вході фільтра до напруги $U_{вих}$ на виході:

$$a = U_{вх} / U_{вих}.$$

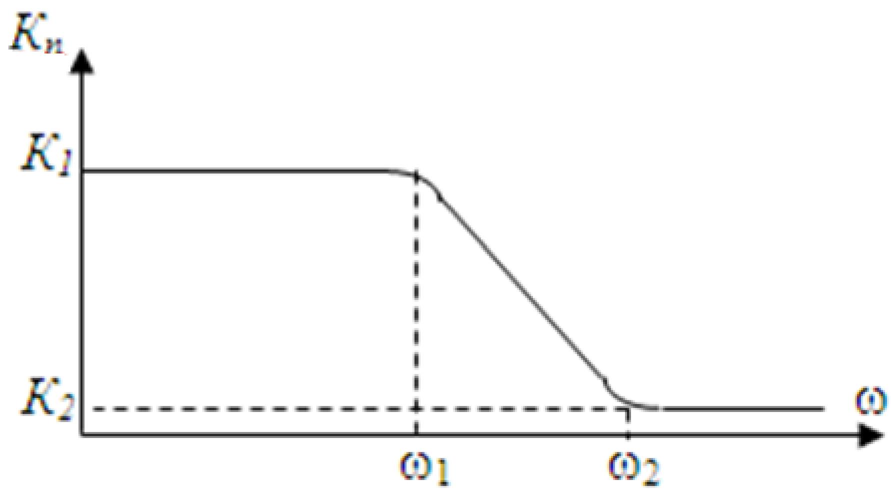
Часто це відношення виражають в децибелах:

$$b = 20 \lg (U_{вх} / U_{вих}).$$

і називають **загасанням фільтра**, а залежність загасання фільтра від частоти – частотною характеристикою загасання.

Застосовується також інша характеристика фільтра – **коефіцієнт передачі** $K_п$.

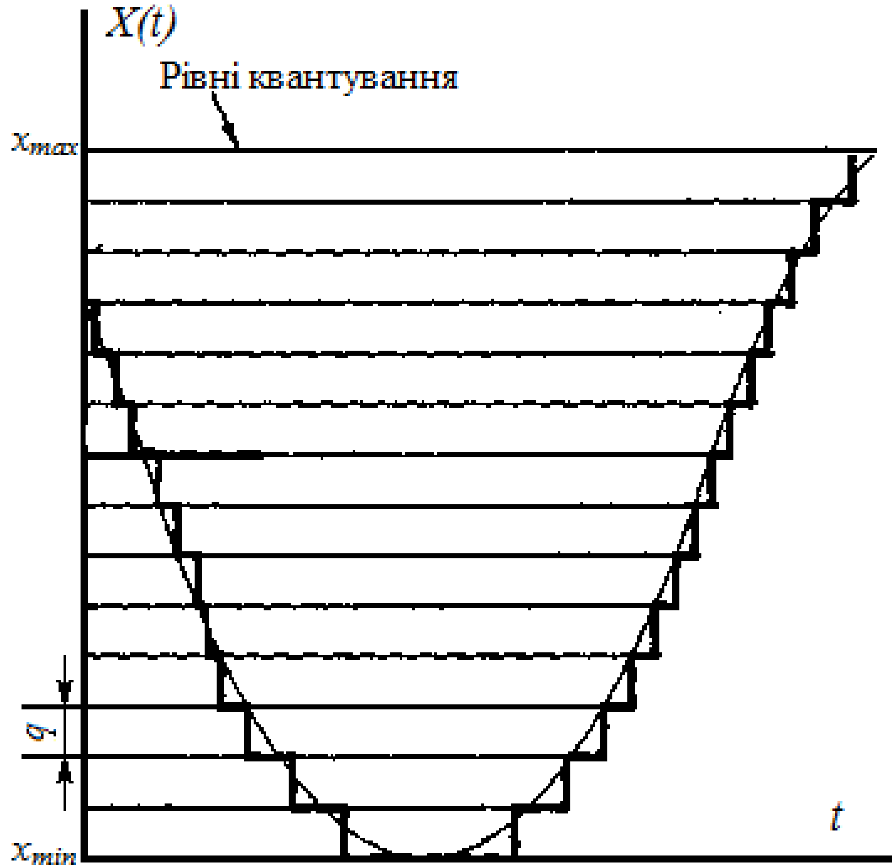
У реальних фільтрах завжди є певна смуга частот, в якій коефіцієнт передачі змінюється від максимального до мінімального або навпаки:



Як параметри реального фільтра розглядаються межі смуг пропущення ω_1 і затримування ω_2, коефіцієнти передачі у смузі пропущення K_1 і у смузі затримування K_2.

Квантування сигналів

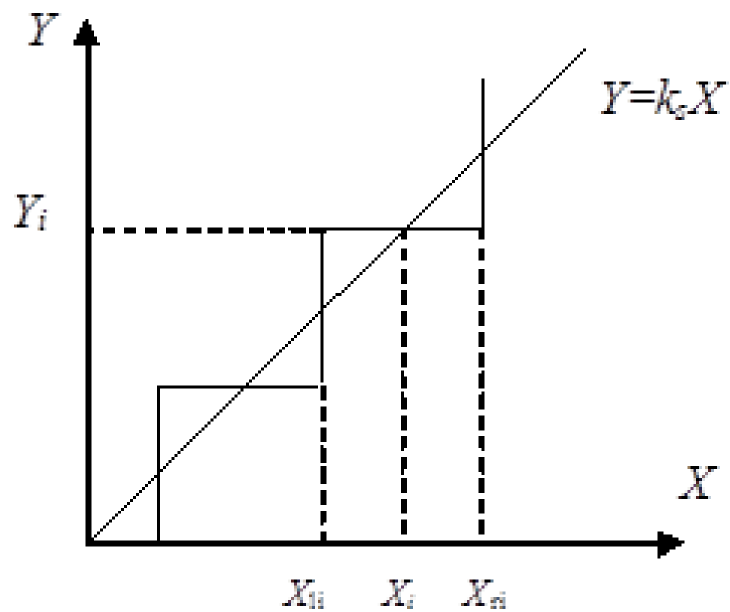
Квантування – це операція заміни поточних значень сигналу дозволеними значеннями. Для цього діапазон $[x_{min}, x_{max}]$ розбивається на ряд ділянок. Ширина ділянки q називається номінальним ступенем квантування.



Пристрій, що зветься квантувателем, замінює поточне значення вхідного сигналу найближчим дозволеним рівнем.

Позначимо сигнали на вході в виході квантувателя через *X* і *Y*. Якщо квантуватель лінійний, то $Y(t) = k_s X(t)$.

У результаті квантування лінійний зв'язок замінюється ступінчастою кривою:



$$Y = k_s q\ \mathrm{Int}[X/q + 0{,}5\mathrm{Sign}X],$$

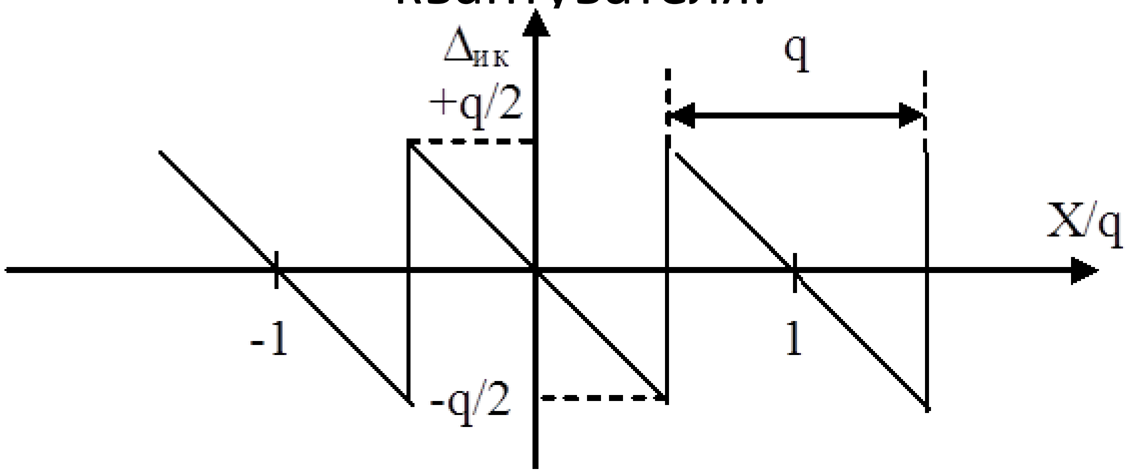
де Int[A] – функція, що має назву "ціла частина A";

Sign A - функція, що має назву "знак числа A".

$$\mathrm{Sign}A = \begin{cases} 1 \text{ для } A \geq 0, \\ -1 \text{ для } A < 0. \end{cases}$$

Для спрощення приймемо k_s=1:

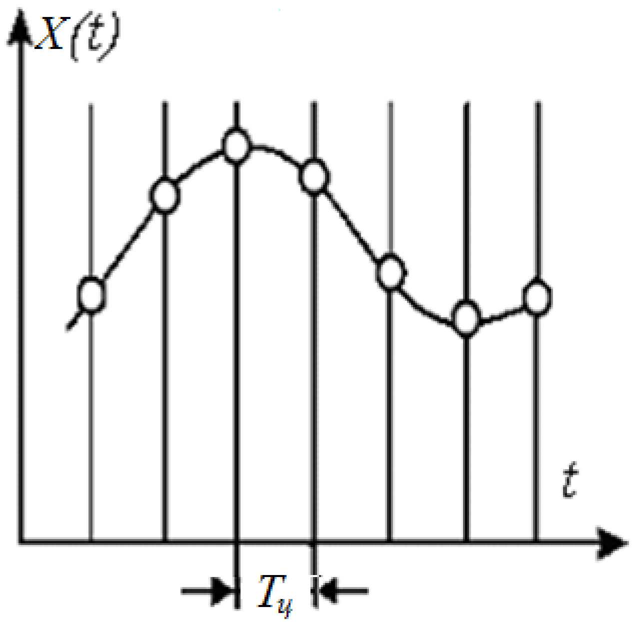
$Y = q\ \mathrm{Int}[X/q + 0{,}5\mathrm{Sign}X]$ — функція перетворення ідеального квантувателя.



Похибку квантувателя прийнято вважати випадковою величиною з рівномірним законом розподілу. Математичне очікування дорівнює нулю, а дисперсія

$$D(\Delta) = \frac{q^2}{12}.$$

Дискретизація сигналів



Дискретизація у часі є перетворенням неперервного сигналу $X(t)$ в послідовність миттєвих значень цього сигналу $X_д(kT_ц)$, відповідних певним моментам часу $kT_ц$ (k = 1,2,3,…). Математично це операція множення $X(t)$ на функцію дискретизації у часі: $X_д(t) = X(t) \cdot \Delta^*(t)$.

Функція $\Delta^*(t)$ є послідовністю одиничних імпульсів з періодом повторення $T_ц$, тривалістю, рівною нулю і площею, рівною одиниці:

$$\Delta^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_ц).$$

Ідеальний дискретизирований сигнал розглядають як послідовність імпульсів нульової тривалості, площі яких є рівними миттєвим значенням сигналу *X*(*t*) в моменти $kT_ц$:

$$X_{\partial}(kT_{ц}) = \sum_{k=1}^{n} X(t_k)\delta(t - kT_{\text{ц}}).$$

Умови вибору інтервалу дискретизації сигналу $T_ц$ визначає **теорема відліків** (теорема Котельникова – Шеннона):

якщо неперервна функція X(t) обмежена, кусково-неперервна і має кінцеву кількість екстремумів, а її спектр обмежений частотою f_c*, то вона повністю визначається послідовністю своїх значень в точках, які розташовані одна від одної на відстані* $T_ц = 1/(2f_c)$.

Для відновлення дискретизованого сигналу використовується ряд Котельникова:

$$x_в(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_ц) S_a(t),$$

де S_a — функція відліків:

$$S_a = \frac{\sin \omega_c (t - kT_ц)}{\omega_c (t - kT_ц)}.$$

Функція відліків являє собою реакцію ідеального фільтра нижніх частот на вхідний вплив у вигляді одиничної імпульсної функції.

Отже, якщо дискретизований з кроком $T_ц = 1/(2f_c)$ сигнал подати на вхід ідеального фільтра з верхньою межею пропущення f_c, то на виході отримаємо відновлений без похибок сигнал $X(t)$.

Цифрові фільтри

У цифрових фільтрах (ЦФ) використовуються характеристики сигналів у часовій і частотній областях та їх взаємне перетворення.

Для дискретизированого сигналу з періодом дискретизації Т спектральна характеристика визначається формулою дискретного перетворення Фур’є:

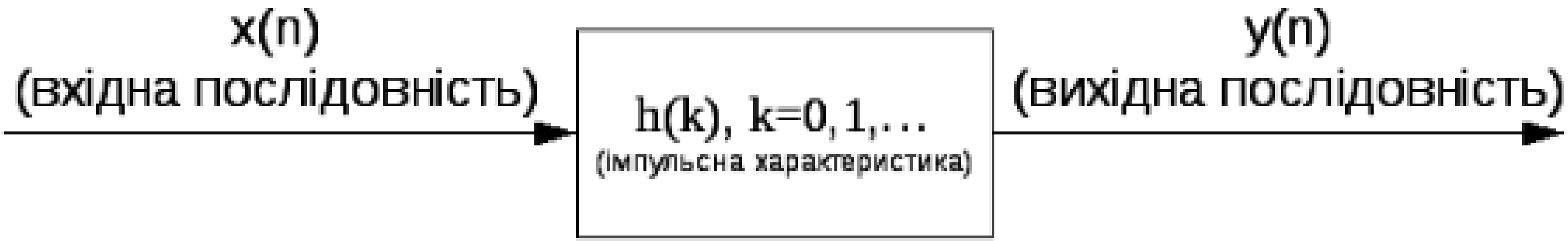
$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} X(nT) e^{-j\frac{2\pi}{Nkn}}, \quad k = 0,1,\ldots, N-1,$$

де *N* – загальне число відліків сигналу.

ЦФ коригує спектральну характеристику, відновлення скоригованого сигналу виконується згідно формули зворотного дискретного перетворення Фур’є:

$$X(nT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(k) e^{-j\frac{2\pi}{Nkn}}, \quad n = 0,1,\ldots, N-1.$$

Цифровий фільтр перетворює послідовність відліків вхідного сигналу у числову послідовність вихідного сигналу.



Імпульсна характеристика h(k)— це реакція ЦФ на одиничний імпульс.

ЦФ поділені на два великі класи: фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (НІХ-фільтри) і фільтри з скінченною імпульсною характеристикою (СІХ-фільтри). Для НІХ-фільтрів імпульсна характеристика має безкінечну довжину, тоді як для СІХ – фільтра вона скінченна, оскільки h(k) для СІХ-фільтрів може приймати всього N значень.

Для будь-якої лінійної дискретної системи залежність значень вихідної величини *Y* від значень вхідної величини *X* описується різносним рівнянням перетворення:

$$\sum_{k=0}^{N} b_k y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} a_r x(n-r).$$

Прийнявши b_o=1, перепишемо останнє співвідношення:

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} a_r x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} b_k y(n-k).$$

Підбираючи значення коефіцієнтів a_r і b_k, можна отримати бажану частотну характеристику вихідної величини *Y*, тобто цей вираз може бути використаний для створення цифрового фільтра. Згідно з цим виразом, для визначення *y(n)* необхідно знати попередні значення *y(n-k)*. Така функція є рекурсивною, оскільки визначається через саму себе. Відповідно і фільтри, що реалізовують цей алгоритм, називаються рекурсивними фільтрами.

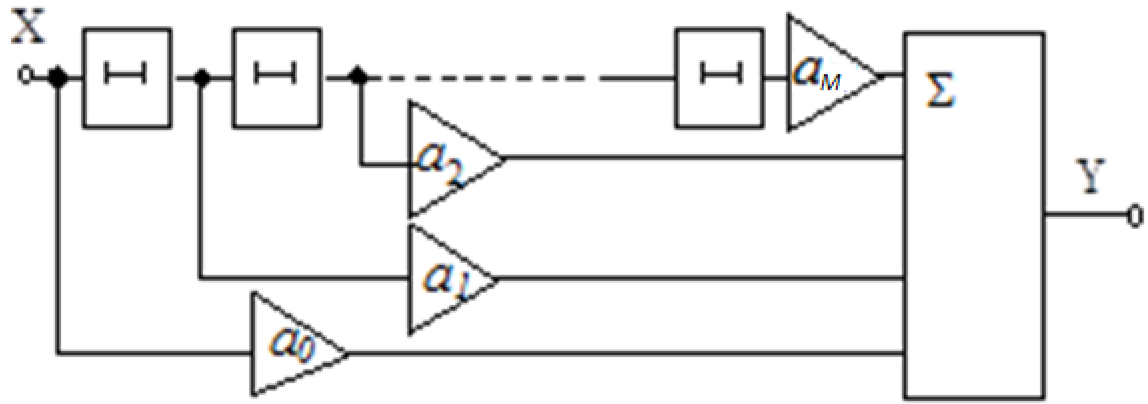
Для спрощення іноді не враховують попередні значення вихідної величини *Y*:

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} a_r x(n-r).$$

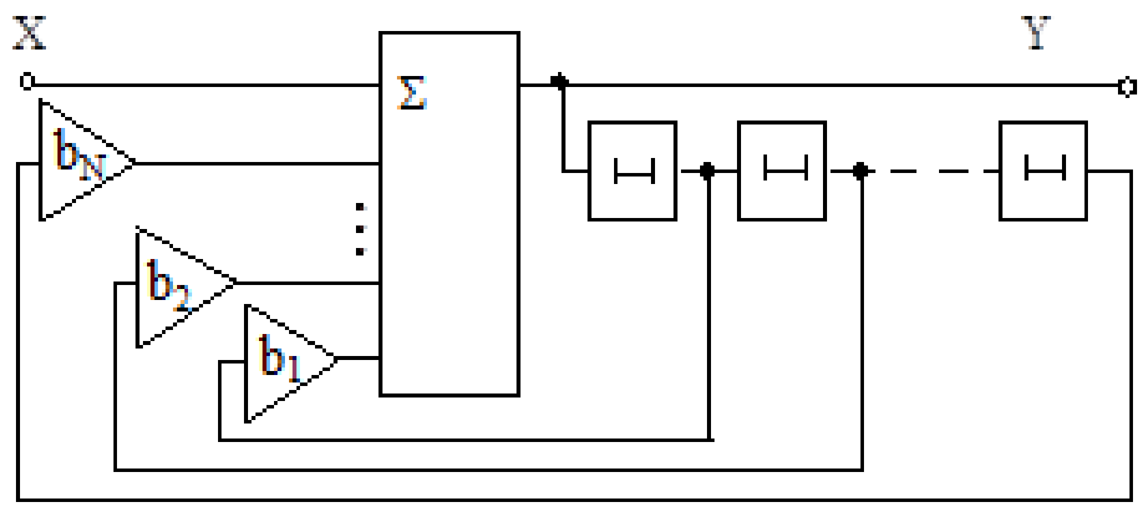
Фільтри, що реалізовують такий алгоритм, називаються нерекурсивними.

Будь-який з розглянутих алгоритмів цифрової фільтрації дозволяє представити вихідний сигнал ЦФ у вигляді суми зсунутих у часі імпульсів. Відповідно до цього цифровий фільтр можна створити, використовуючи набір пристроїв затримки сигналів у часі і суматор, на який вхідні сигнали подаються з певною вагою.

Нерекурсивний фільтр зважує імпульси, використовуючи коефіцієнти підсилення a_o, a_1,…,$a_м$. Схема нерекурсивного СІХ-фільтра:



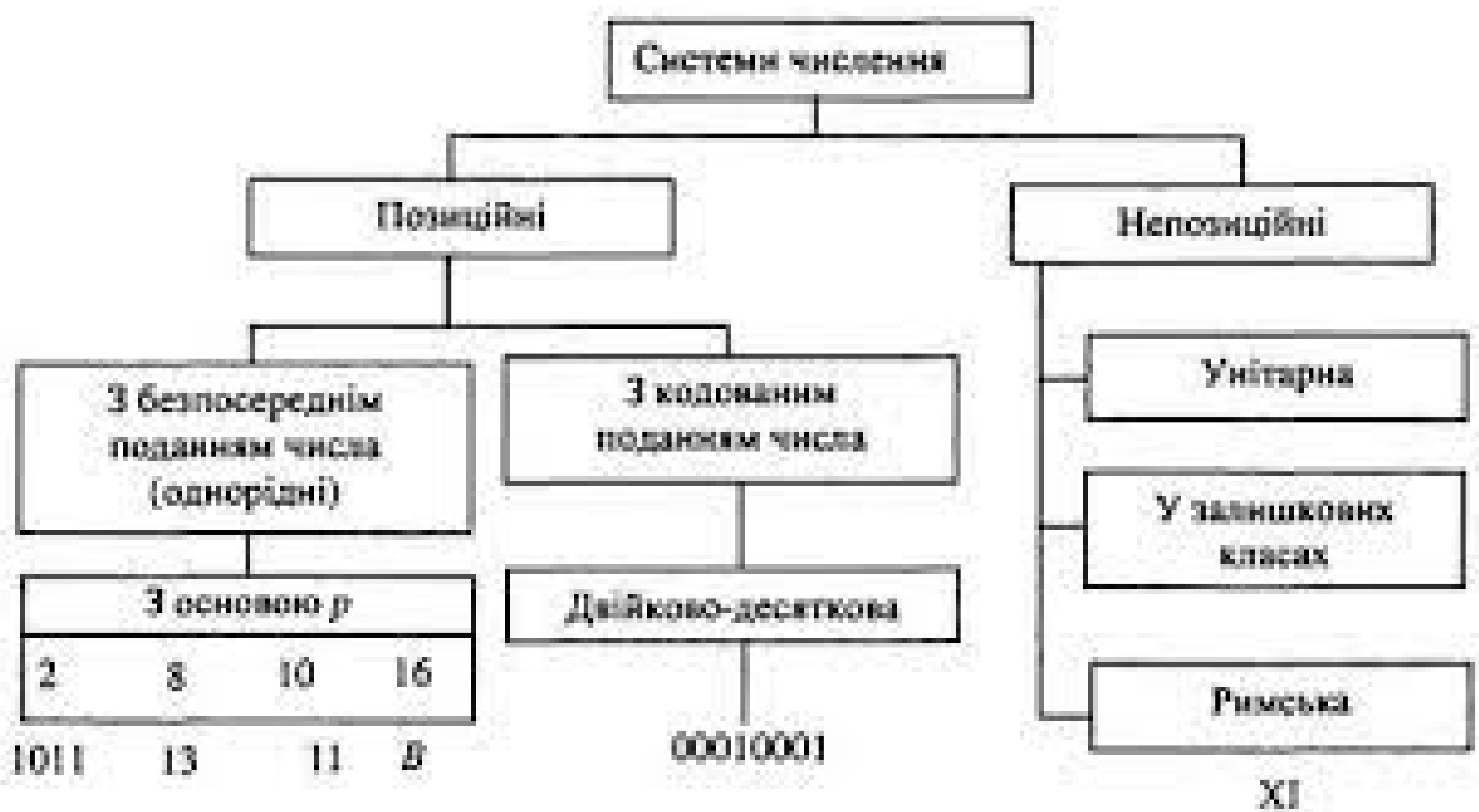
Алгоритм рекурсивного НІХ-фільтра реалізує наступна схема:



Кодування сигналів

Кодування – це операція перекладу за певними правилами деякого формального об'єкта у сукупність кодових символів деякого алфавіту.

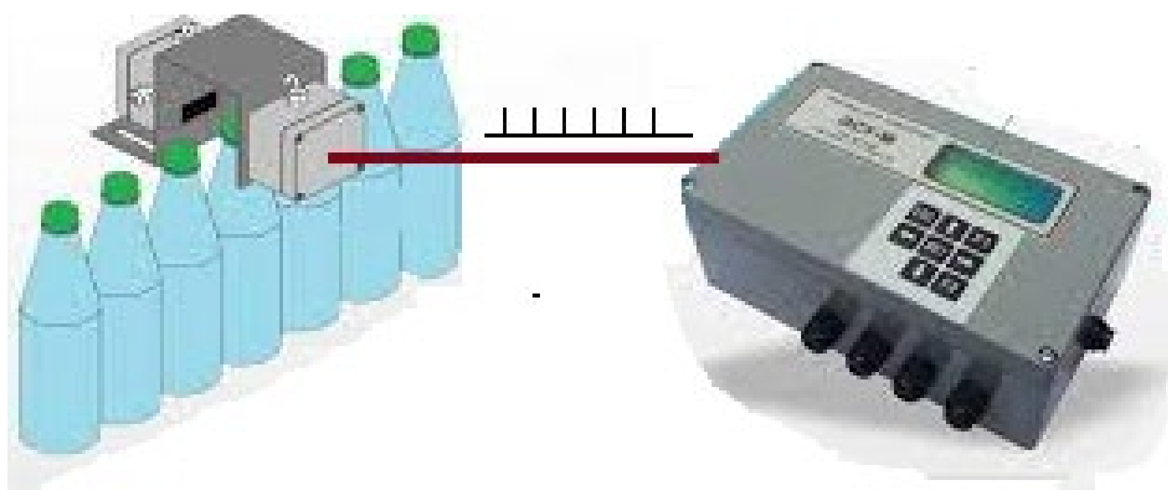
Числове кодування є відображенням деякого формального об'єкта числами у тій або іншій системі числення.



У непозиційній системі числення числове значення символа не залежить від його місця в числі.

Прикладом є одинична або унітарна система, в якій цілі числа представляються у вигляді сукупності одиниць, повторюваних відповідне число разів.

Сигнали, що описуються одиничною системою, являють собою сукупність імпульсів, кількість яких пропорціональна величині, що вимірюється.



Для компактного представлення чисел використовуються позиційні системи числення, які мають алфавіт з декількох цифр, що мають певне числове значення або вагу, причому значення числа залежить від положення цифр в числі.

У позиційній системі будь-яке число *N* виражається в наступній формі:

$$N=\sum_{i=1}^{m} a_i B^{i-1}.$$

де a_i (i=1, …, m) – цифри даної системи числення, що стоять в i-тому розряді числа, рахуючи з лівого боку. Наприклад, при B=10 $452=4\cdot10^2+5\cdot10^1+2\cdot10^0$.

Величина *B* означає основу системи і є рівною числу символів або знаків в даній системі.

Буквою *m* позначений номер старшої позиції або кількість розрядів числа.

Найпростішою для технічної реалізації є двійкова система.

$$1011_2=(1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0)_{10}=8_{10}+2_{10}+1_{10}=11_{10}.$$

Але числа, записані у двійковій системі, важкі для сприйняття людиною. Як компроміс використовується двійково-десяткова система, в якій кожний десятковий розряд представлений чотирьохрозрядним двійковим числом, званим тетрадою.

$$25_{10} = 0010\ 0101_{2\text{-}10}.$$

Тетради нескладно відображати за допомогою цифрових індикаторів

Модуляція сигналів

У широкому значенні модуляція – це віддзеркалення або нанесення інформації на носій або переносник інформації.

Часто роль переносника інформації виконує високочастотне коливання, зване «та, що несе».

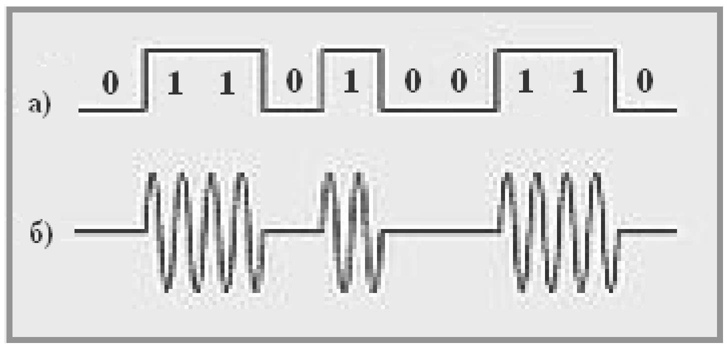
Тоді модуляцію можна розглядати як процес зміни одного або декількох параметрів тієї ,що несе, під впливом відносно низькочастотного модулюючого сигналу.

Як та, що несе, можуть бути використані коливання різної форми (прямокутні, трикутні і т. д.), проте найчастіше застосовуються гармонійні коливання.

Модуляція дискретним сигналом називається цифровою модуляцією або **маніпуляцією**.

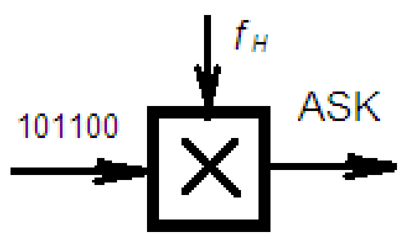
Амплітудна маніпуляція (АМн; англ. amplitude shift keying – ASK) –модуляція при якій стрибкоподібно міняється амплітуда несучого коливання.

Амплітуда високочастотного сигналу приймає тільки два значення: увімкнено і вимкнено.



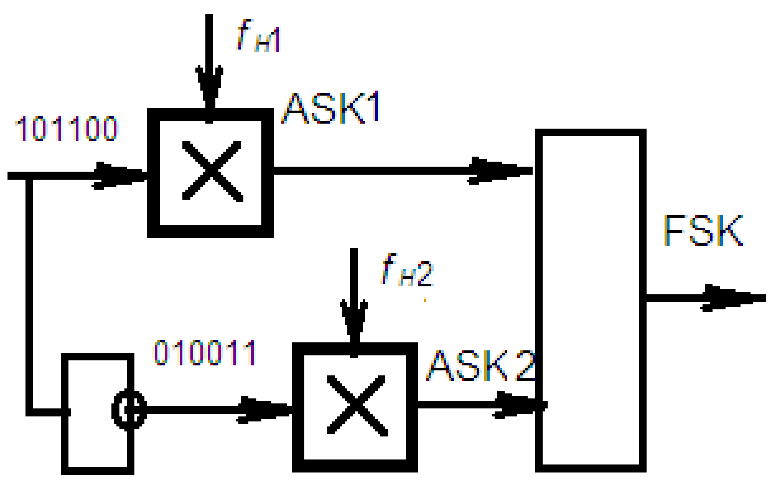
а) модулюючий сигнал; б) модульований сигнал

Математично операція амплітудної модуляції еквівалентна множенню сигналу частоти $f_н$ тієї, що несе, на сигнал даних.



При *частотній маніпуляції* (ЧМн, англ. Frequency Shift Keying – FSK) значенням "0" і "1" інформаційної послідовності відповідають дві різні частоти синусоїдального сигналу при незмінній амплітуді.

Операція модуляції еквівалентна підсумовуванню виходів двох різних ASK модуляторів: одні на оригінальному сигналі і першій тією, що несе ($f_{н1}$), інший — на сигналі, інверсному до оригінального і другій тією, що несе ($f_{н2}$).

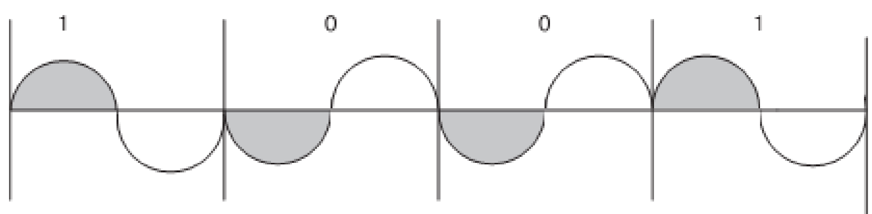


Частотна маніпуляція є більш завадостійкою, оскільки завади у каналі передачі спотворюють, в основному, амплітуду, а не частоту сигналу.

Фазова маніпуляція (англ. phase-shift keying – PSK) передбачає, що частота і амплітуда сигналу, що несе, залишаються незмінними, а відбувається фазовий зсув кожного разу, коли передається біт даних (1 або 0). Фазоманіпульований сигнал описується наступним чином:

$$x(t) = \cos(\omega_c t + \frac{m_n(t)\Delta\varphi}{2}).$$

де $m_n(t)$ – сигнал даних; $\Delta\varphi=\pi/n$, n – число рівнів сигналу даних. У найпростішому випадку значенню 1 відповідає позитивний півперіод на початку циклу, а значенню 0 - негативний.



Для передачі одного біту достатньо одного періоду коливань.

Квадратурна модуляція або *квадратурна амплітудна модуляція* (КАМ, англ. Quadrature Amplitude Modulation – QAM) – різновид амплітудної модуляції сигналу, що є сумою двох несучих коливань однієї частоти, але зсунутих по фазі одне щодо одного на 90º, кожне з яких модульоване по амплітуді своїм модулюючим сигналом:

$$S_{QAM}(t) = I(t)\cos(2\pi f_0 t) + Q(t)\sin(2\pi f_0 t),$$

де $I(t)$ і $Q(t)$ – модулюючі сигнали; f_0 – сигнал частоти, що несе.

При квадратурній модуляції змінюються як фаза, так і амплітуда сигналу, це дозволяє збільшити кількість інформації, що передається.

Імпульсно-кодова модуляція (ІКМ або англ. Pulse Code Modulation – PCM) використовується для оцифровки аналогових сигналів.

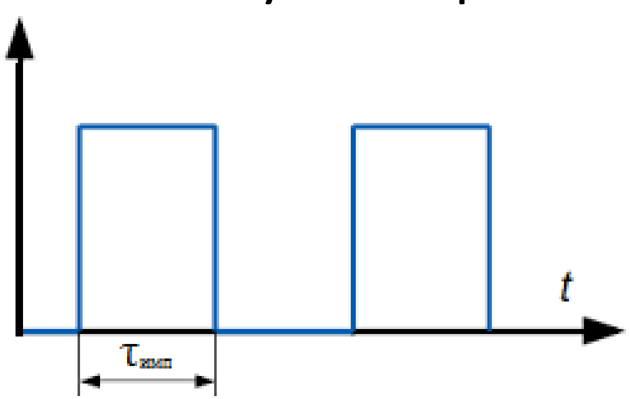
Миттєве значення аналогового сигналу квантується, кількість рівнів квантування завжди береться кратною ступеню двійки.

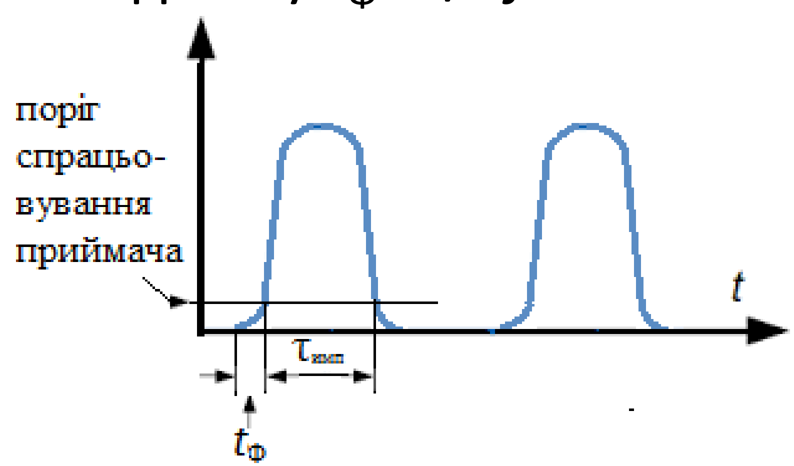
На виході ІКМ-модулятора маємо набір бітів. На приймальному кінці каналу зв'язку демодулятор перетворить послідовність бітів в імпульси, які використовуються для відновлення аналогового сигналу в цифро-аналоговому перетворювачі (ЦАП).

Широтно-імпульсна модуляція (ШІМ, англ. Pulse-width modulation – PWM) передбачає, що як та, що несе, використовується послідовність імпульсів, а інформативним параметром є тривалість цих імпульсів.

Така послідовність імпульсів має сталу складову, прямо пропорційну їх тривалості, тобто обернено пропорційну шпаруватості імпульсів.

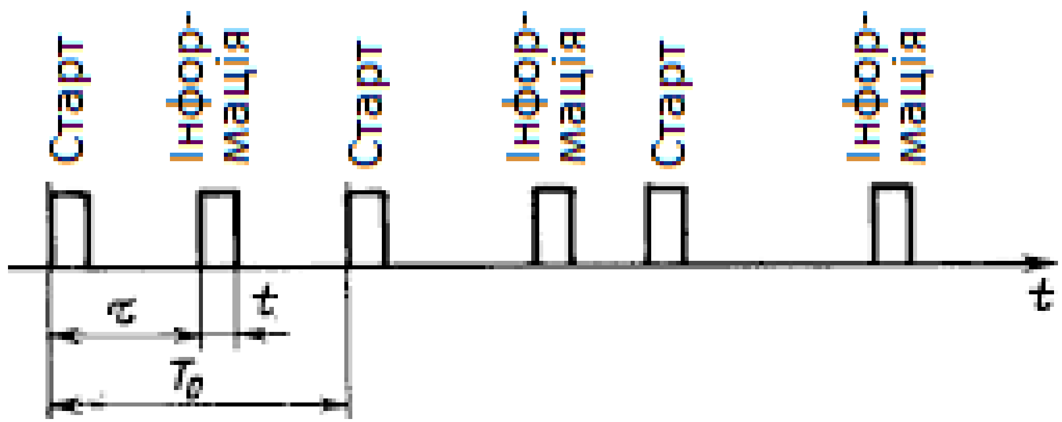
Недоліком ШІМ є обмеження на відстань передачі сигналів. На виході довгої лінії зв'язку за рахунок обмеженої смуги її пропущення Δf отримують замість прямокутного змазаний імпульс з тривалістю фронту $t_Ф \approx 1/\Delta f$.





Фазо-імпульсна модуляція сигналу (ФІМ, англ. PPM – Pulse-position modulation) здійснюється шляхом затримки (або випередження) появи імпульсу на якийсь час, відповідний значенню інформативного сигналу.

При фазо-імпульсній модуляції кодування інформації полягає в зміні позиції імпульсів в групі імпульсів, яка називається кадром. У найпростішому випадку використовуються два імпульси: стартовий і інформаційний.



Спотворення фронтів не приводить до погрішності передачі інформації, як у випадку ШІМ.