3 АНАЛІЗ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

3.1 Якість систем управління

Оскільки системи управління об'єктивно є динамічними, їх якість зазвичай оцінюється поведінкою як в перехідному, так і в сталому режимах. Перехідна характеристика – це реакція системи, що затухає з часом. Сталий режим – це реакція системи, яка спостерігається через великий проміжок часу з моменту подачі вхідного сигналу.

Якість можна оцінити за реакцією системи на певний вхідний сигнал. Але, оскільки зазвичай заздалегідь невідомо, яким в реальних умовах буде цей сигнал, при аналізі якості застосовується деякий тестовий вхідний сигнал.

Як типові тестові сигнали найчастіше використовуються ступінчастий, лінійний і параболічний сигнали. У таблиці. 3.1 приведені вирази для цих сигналів як функцій часу, а також їх перетворення за Лапласом. Лінійний сигнал є інтегралом від ступінчастого, а параболічний – інтегралом від лінійного.

Таблиця 3.1 – Тестові вхідні сигнали

Тестовий сигнал	$r(t)$	$R(s)$
Ступінчатий	$r(t) = A$, $t>0$; $= 0$, $t<0$	$R(s) = A/s$
Лінійний	$r(t) = At$, $t>0$; $= 0$, $t<0$	$R(s) = A/s^2$
Параболічний	$r(t) = At^2$, $t>0$; $= 0$, $t<0$	$R(s) = 2A/s^3$

Загальний вигляд типового тестового сигналу можна представити формулою $r(t)=K_{т}t^n$, для якої перетворення Лапласа $R(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$.

Звідси витікає, що реакцію на будь-який тестовий сигнал завжди можна виразити через реакцію на інший тестовий сигнал. Оскільки ступінчастий вхідний сигнал є найбільш простим для реалізації, то його зазвичай і вибирають для оцінки якості системи.

Типові показники якості зазвичай визначаються за видом реакції на ступінчасту вхідну дію, як показано на рис 3.1.

Швидкодія системи безпосередньо пов'язана з часом зростання T_r і часом максимуму (піку) перехідної характеристики T_p. Для недодемпфованих систем, перехідна характеристика яких має перерегулювання, час зростання визначається як час зміни реакції від 0 до 100% заданого значення вихідної змінної.

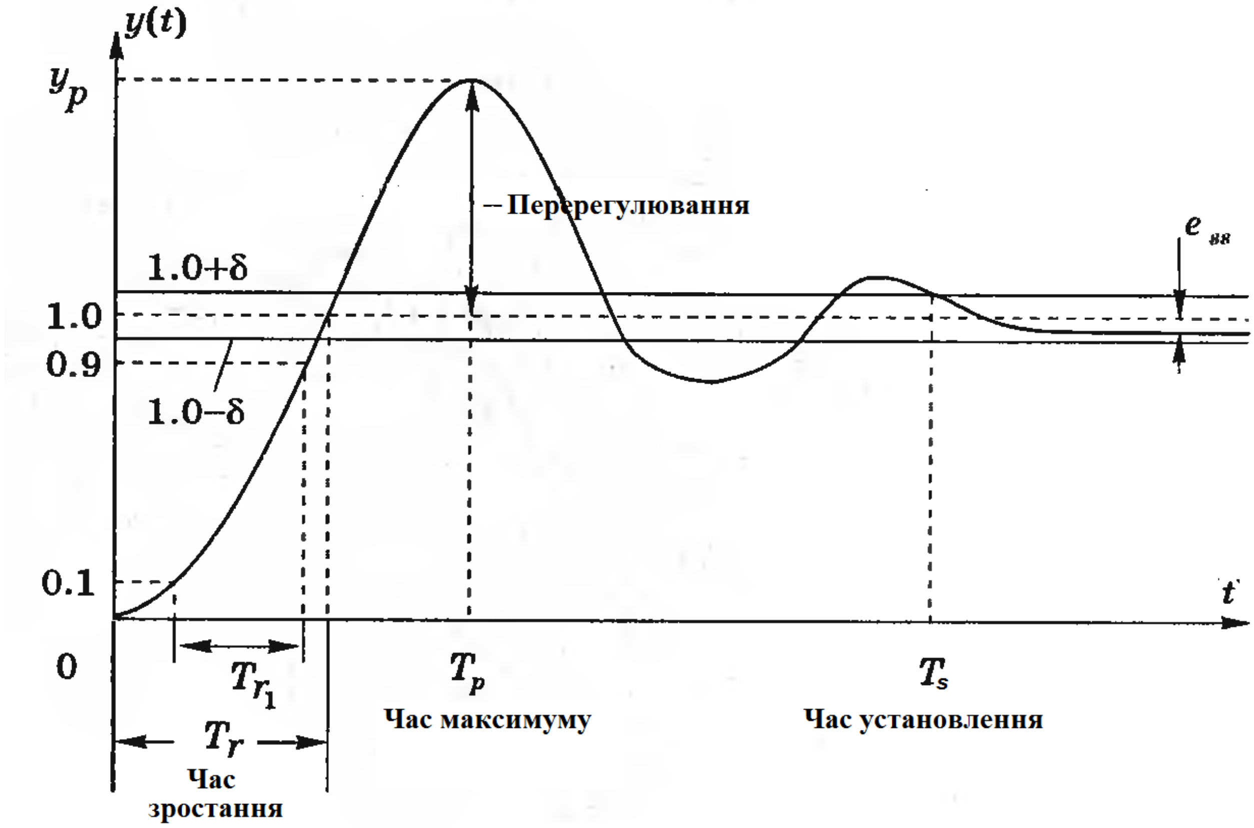

Рис 3.1 – Типова перехідна характеристика

Якщо система передемпфована, то перерегулювання відсутнє, час максимуму сенсу не має, а як час зростання T_{r1} розглядається інтервал, протягом якого перехідна характеристика змінюється від 10% до 90% від її значення. Наскільки добре реакція системи відповідає ступінчастому вхідному сигналу, оцінюється по відносному перерегулюванню і часу встановлення T_s. При одиничній ступінчастій дії відносне перерегулювання (ВП) визначається як

$$ВП = \frac{y_p - y_{к.з.}}{y_{к.з.}} \cdot 100,$$

де y_p — пікове значення перехідної характеристики, а $y_{к.з.}$ – її кінцеве значення.

Час встановлення T_s визначається моментом, після якого перехідна характеристика залишається повністю усередині зони, що відрізняється від величини вхідної дії на ±δ%.

Реакцію системи на ступінчасту дію можна охарактеризувати трьома чинниками:

а) швидкодією, яка визначається часом наростання T_r і часом максимуму T_p;

б) сталою помилкою e;

в) близькістю до оптимального виду, яка визначається перерегулюванням ВП і часом встановлення T_s.

За своєю суттю ці чинники є такими, що суперечать один одному, що примушує шукати певний компроміс.

Швидкість реакції системи на ступінчасту дію можна також оцінювати часом її зростання від 10% до 90% величини сходинки. У такому визначенні час наростання T_{r1} вказано на рис. 3.1.

Одним з видів оцінки якості служить інтеграл від квадрата помилки (ІКП), який визначається як

$$\text{ІКП} = \int_0^T e^2(t)dt.$$

Верхня межа інтегрування T вибирається досить довільно, так, щоб інтеграл прагнув до кінцевого значення. Зазвичай зручно вибирати T рівним часу встановлення T_s.

Іншим легко використовуваним видом оцінки якості є інтеграл від модуля помилки (ІМП), вид, що має

$$\text{ІМП} = \int_0^T |e(t)|dt\ .$$

Цей показник зокрема зручний при імітаційному моделюванні систем на комп'ютері.

Щоб зменшити внесок великої початкової помилки в інтеграл і краще врахувати помилку, що з'являється надалі, була запропонована наступна оцінка:

$$\text{ІЗМП} = \int_0^T t \cdot |e(t)|dt\ ,$$

яка визначається як інтеграл від зваженого модуля помилки (ІЗМП). Дуже схожим показником є інтеграл від зваженого квадрата помилки (ІЗКП):

$$\text{ІЗКП} = \int_0^T te^2(t)dt\ .$$

Система управління вважається оптимальною, якщо її параметри вибрані таким чином, що оцінка якості набуває екстремального значення. Щоб оцінка якості мала реальний сенс, вона має бути числом, яке завжди позитивне або дорівнює нулю. Тоді найкращою системою буде та, для якої ця оцінка має мінімальне значення.

У загальному випадку інтеграл, що оцінює якість системи, має вигляд

$$I = \int_0^T f[e(t), r(t), y(t), t]dt\ ,$$

де f є функція помилки, вхідного і вихідного сигналів, а також часу. Використовуючи різні комбінації змінних системи і часу, можна отримати багато різних оцінок якості.

Аналіз якості систем управління може бути виконаний за допомогою MATLAB. Використовуючи функцію `step` ми можемо побудувати графіки перехідної функції як реакції системи на ступінчастий вхідний сигнал.

Якщо просто задати команду `step(sys)`, MATLAB побудує графік перехідної функції для LTI-моделі, що має дескриптор `sys`. Ця модель може бути неперервною і дискретною, одновимірною і багатовимірною. Для багатовимірної моделі будується набір перехідних функцій по кожному каналу входу-виходу. Тривалість моделювання визначається автоматично так, щоб відобразити основні особливості перехідних процесів.

Команда `step(sys,t)` дозволяє явно вказати тривалість моделювання або у вигляді моменту закінчення `t = Tfinal` в секундах, або у вигляді вектора `t = 0:dt:Tfinal`. Для дискретних моделей значення `dt` повинне відповідати періоду дискретності; для неперервних моделей значення `dt` має бути досить малим, щоб врахувати найбільш швидкі зміни перехідного процесу.

Команди `step(sys1,sys2,...,sysN)`, `step(sys1,sys2,..., sysN,t)` дозволяють на одному графіку побудувати перехідні функції для декількох LTI - моделей `sys1, sys2, ., sysN`. Усі моделі повинні мати однакове число входів і виходів.

Функції `[y,t,x] = step(sys)` та `[y,t,x] = step(sys,t)` не будують графіків, але обчислюють перехідні функції для вектора виходів `y`. Також формуються вектор моментів часу `t`, значення змінних стану `x`. Графік при цьому може бути побудований за допомогою функції `plot(t,y)`.

Після побудови перехідної характеристики можна отримати деякі характеристики якості управління :

а) сталу помилку;

б) перерегулювання;

в) час встановлення.

Тепер ми розглянемо ще один важливий тестовий сигнал – імпульс. Реакція системи на імпульсний сигнал називається ваговою функцією і є похідною за часом від її реакції на ступінчастий сигнал. Ми обчислюватимемо цю реакцію з допомогою функції `impulse` за схемою, зображеною на рис. 3.2.

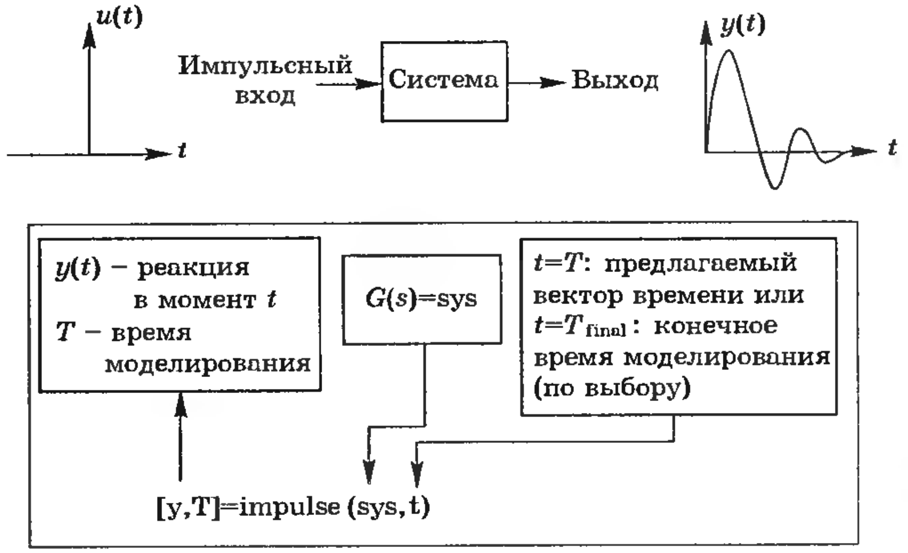

Рис. 3.2

Часто виникає необхідність визначення реакції системи на довільний вхідний сигнал відомого виду. У цих випадках використовується функція `lsim`.

Команда `lsim(sys, u, t)` будує графіки процесів для LTI -модели `sys` при вхідних діях, заданих векторами `t, u`. Вектор `t = 0:dt:Tfinal` задає інтервал моделювання. Матриця вхідних сигналів u повинна мати число рядків, рівне довжині інтервалу моделювання `length(t)`, і число стовпців, рівне числу входів. Кожен рядок `u(i,:)` задає значення вхідного сигналу у момент часу $t(i)$. Модель `sys` може бути неперервною і дискретною, одновимірною і багатовимірною. У дискретній моделі вектор `u` завжди відповідає вектору `t` і тому останній може бути опущений або замінений порожнім масивом. У неперервної моделі інтервал між вибірками `dt` використовується як період дискретності при перетворенні неперервної моделі в дискретну. Автоматична зміна цього параметра виконується в тих випадках, коли значення `dt` занадто велике і може викликати приховані коливання.

Команда `lsim(sys,u,t,x0)` дозволяє врахувати початкові умови `x0` для змінних стану `x` і може бути застосована тільки для ss-моделей.

Функції `[y,t,x]=Isim(sys,u,t)`, `[y,t,x]=lsim(sys,u,t,x0)` обчислюють процеси для вектора виходів `y`, вектор моментів часу `t`, значення змінних стану `x`. Графіки при цьому не будуються. Відмітимо, що вектор `t`, який повертається, може відрізнятися від вектора `t` у вхідних даних. Схема використання функції показана на рис. 3.3.

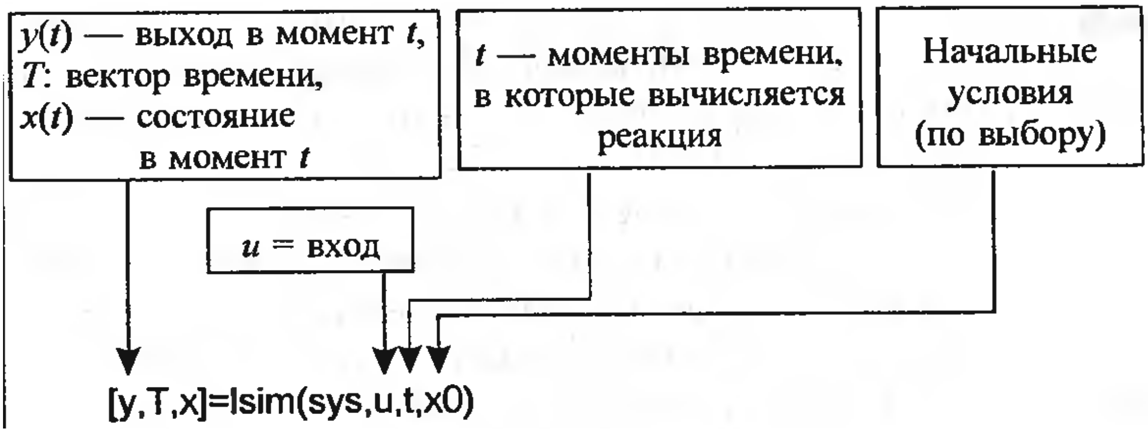

Рис. 3.3

Вхідний сигнал можна задати за допомогою функції `[u,t] = gensig('<тип>',tau)`, яка генерує скалярний сигнал u вказаного типу з періодом tau секунд. Функція `gensig` повертає вектор t значень часу і вектор u значень сигналу. Усі генеровані сигнали мають одиничну амплітуду.

Можливі типи сигналів наведені у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

sin	Синусоїда
square	Періодичний прямокутний сигнал
pulse	Періодичні імпульси

Функція `[u,t] = gensig('<тип>',tau,Tf,Ts)` дозволяє, крім того, установити тривалість сигналу `Tf` і період дискретності `Ts` для генератора імпульсів.